

a

Prof. Dr. Remzi YILDIRIM

**LAZER DİYOT
MODELLEMESİ**

b

**HARMONİK
ANALİZİ**

2016-AYBÜ-ANKARA

OPTİK GERİBESLEMELİ YARIİLETKEN LAZER
DİYODUN VOLTERRA SERİSİ İLE MODELLENMESİ

TEZİ HAZIRLAYAN
REMZİ YILDIRIM

TEZ YÖNETİCİSİ
DOÇ.DR. KENAN DANIŞMAN

Erciyes Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü'ne
Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak
sunulmuştur.

Ekim 1996
KAYSERİ

Erciyes Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma, jürimiz tarafından Elektronik Mühendisliği
anabilim dalında Doktora tezi olarak
kabul edilmiştir.

../...../ 1996

Başkan :
Üye :
Üye :

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim
üyelerine ait olduğunu onaylarım.
..... / / 1996

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

ÖZGEÇMİŞ

1963 yılında Tokat'ta doğdu. İlk ve orta öğrenimini aynı yerde tamamladı. Tokat Teknik Lisesi Makina bölümünden 1980 yılında birincilikle mezun oldu. Gazi Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Bölümüne 1983 yılında girdi ve 29 Ocak 1988 de mezun oldu. Elektronik anabilim dalına 11 Ekim 1988 yılında araştırma görevlisi olarak göreve başladı. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde yüksek lisansını 1992 yılında tamamladı. 1991-1992 yıllarında Kanagawa Üniversitesi Elektronik Mühendisliğinde eğitim gördü. Yokohama, Hitachi Mühendislik Okulu, renkli televizyon sistemleri bölümünden mezun oldu. Sagamihara, Kyoei Sangyo Co. dan printed circuit board üretimleri ve Fu-Si (Fuji) Electric Co. dan mikrobilgisayar uygulamaları hakkında sertifika aldı. Halen Elektronik-Bilgisayar Bölümü, Elektronik Anabilim Dalında Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır. Bekardır.

Adres: Gazi Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi Elektronik Bilgisayar Bölümü
06500 Beşevler ANKARA - TÜRKİYE

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyen danışmanım, saygı değer hocam Sayın Doç.Dr. Kenan DANIŞMAN 'a, çalışmamı teşvik eden ve yardımlarını esirgemeyen diğer hocalarıma ve arkadaşlarıma teşekkür etmeyi borç bilirim. Saygılarımla.

ÖZET

Bu çalışmada harici boşluklu lazer diyod (LD) modellemesi yapılarak sistemin nonlinear denklemleri ilk defa Volterra serisi kullanılarak çözülmüştür. Yapılan analizde, Volterra transfer fonksiyonları çıkarılırken Volterra çekirdeklerinin hesaplanmasında harmonik giriş (PROBING) metodu esas alınmıştır. Bunun yanında harici boşluklu LD intermodülasyon distorsiyonu (IMD) ve ikinci harmonik distorsiyonu (2HD) ifadelerine de yeni bir yaklaşım getirilmiştir.

Birinci bölümde lazerin tarihçesi, elde edilişi, çeşitleri ve lazer diyodun sınıflandırılması ve çalışmanın amacı verilmiştir.

İkinci bölümde, yarıiletken lazer diyod teorisi ve enerji band yapıları kısaca açıklanarak lazer diyod denklemleri verilmiştir.

Üçüncü bölümde, harici boşluklu sistemin özellikleri incelenerek sistemin denklemleri tanımlanarak kararlılık analizleri verilmiştir.

Dördüncü bölümde, Volterra serisi verilerek nonlinear sistemin giriş-çıkış arasındaki ilişkiler elde edilmiştir. Modellemede kullanılan harmonik giriş metodunun özellikleri açıklanmıştır. Ayrıca serinin elektronik devrelere uygulanabilirliği bu bölümde verilmiştir.

Beşinci bölümde ise, harici optik geribeslemeli sistemin Volterra transfer fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılacak olan eşitlikler verilerek, çekirdeklerin ve Volterra transfer fonksiyonunun hesaplanmasında kullanılan harmonik giriş metodu denklemlere uygulanmıştır. Hesaplanan çekirdeklerin frekans düzleminde kararlılık analizleri yapılmıştır. Ayrıca LD ve harici optik geribeslemeli LD transfer fonksiyonlarının frekans tepkisinde çıkarılmıştır. Harici optik geribeslemeli LD'un IMD ve 2HD ifadelerine de yeni bir yaklaşım getirilmiştir.

Son bölümde ise, gerek kararlılık analizleri ve gerekse elde edilen IMD ve 2HD ifadelerinin sonuçları yorumlanarak, harici optik geribeslemeli LD'un normal LD lere göre daha iyi sonuç verdiği ortaya konmuştur.

ABSTRACT

In this study external cavity laser diode (LD) has been modelled. As a novelty, for the first time the nonlinear equations of the modelled system are solved by using Volterra series. At the analysis, while deriving Volterra transfer function, -in calculating Volterra kernels the harmonic input method has been used. In addition to a new approach have been presented both for the external feedback LD's intermodulation distortion (IMD) and the second harmonic (2HD) distortion.

In the first section, a brief history of laser, the way of obtaining it has been given and a classification of lasers and laser diodes has been made.

In the second chapter, a brief explanation of semiconductor laser diode theory, and diode equations have been presented.

In the third chapter, the properties of external optical feedback system has been examined and the equations of the system has been given. Also steady state stability of the system have been examined.

In the forth chapter, the theory of the Volterra series is explained followed by the relationship between the input-output of the nonlinear system's by using Volterra series. The properties of probing method which has been used in the modelling are explained. The feasibility of applying the series to electronic circuits is given.

In the fifth chapter, the equations that are used in calculating Volterra transfer function of external optical feedback system have been given. The harmonic input method which is used in calculating the kernels of Volterra transfer functions has been presented. Calculated kernerls' stability analysis has been made at the frequency plane. Also, the frequency response of the external optical feedback LD and LD has been given.

In the last section, an evaluation of the stability analysis, IMD and 2HD revealed that, external optical feedback LD gives better results against the LD's.

İÇİNDEKİLER

	SayfaNo
Özet	V
Summary	VI
İçindekiler	VII
Şekillerin Listesi	IX
 1.GİRİŞ	
1.1. Yarıiletken Lazerin Gelişimi	1
1.2. Tek Modlu Lazerler	3
1.3. Kuantum Well Lazer (QW)	4
1.4.Çalışmanın Amacı	4
 2. YARIİLETKEN LAZER TEORİSİ	
2.1. Direk ve İndirek Band Geçişli Maddeler	6
2.2. Işımalı Yutma ve Işıma	7
2.3 Yutma ve Üst Seviyeye Yükseltme	8
2.4. Yarıiletkenlerde Ters Çoğalma	9
2.5. Fabry-Perot Lazer	10
2.6. Lazer Diyod ve Denklemleri	11

2.7. Gevşeme (Relaxation) Osilasyonu	16
2.8. Küçük İşaret Analizi	18
2.9. Şiddet (İntensity) Modülasyonu	19
2.10. Frekas Kayması (Chirping)	21
2.11. Büyük İşaret Modülasyonu	22
3. HARİCİ OPTİK GERİBESLEMELİ YARIİLETKEN LAZER DİYOD VE KARARLILIĞI	
3.1. Lazer Diyod ve Optik Geribesleme	23
3.2. Zayıf Geribesleme Yaklaşımı	28
3.3. Zayıf Geribeslemede Lazer Diyodun Transfer Fonksiyonu	30
3.4. Kuvvetli Geribesleme	35
4. LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN VOLTERRA SERİLERİYLE ANALİZİ	
4.1. Volterra Serisiyle Sistemin Tanımlanması	41
4.2. Nonlinear Sistemin Analizi	43
4.3. Darband Lazer İşaretinin Nonlinear Tepkisi	45
4.4. Harmonik Giriş Metodu	48
5. YARIİLETKEN LAZER DİYODUN VOLTERRA SERİSİ İLE MODELLENMESİ	
5.1. Volterra Serisinin Frekans Düzleminde Analizi	51
5.2. Harici Boşluklu Lazer Diyodun Nonlinear Transfer Fonksiyonu	53
5.3. Lazerin Nonlinear Tepkisi	59
5.4. İntermodülasyon ve Harmonik analizi	61
6. SONUÇ	65
KAYNAKLAR	69

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil.1.1. Lazer diyodun ilk yapım şekli	1
Şekil.2.1. Yarıiletkenlerde bant geçişi	6
Şekil. 2.2. İki seviyeli sistem	7
Şekil.2.3. Optik zayıflama veya yükseltme	9
Şekil.2.4. Fabry-Perot boşluğunda optik geri besleme	10
Şekil.2.5. Lazer Diyodun Yüzey Yansıtma sabiti ve güç arasındaki ilişki	15
Şekil.2.6. $I_b + I_m$ Modülasyon frekansı- zaman güç değişimi	19
Şekil.2.7. Güç zaman değişimi görülmektedir	20
Şekil. 2.8. Küçük işaret modülasyon cevabı	21
Şekil.3.1. Harici optik geribeslemeli lazer diyod modeli	25
Şekil.3.2. Zayıf geribeslemeli lazer diyod modeli	28
Şekil.3.3. $H(j\omega_m)$ nın Nyquist eğrisi	31
Şekil.3.4. $TF(j\omega_m)$ ve $H(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun eğrileri	31
Şekil.3.5. $TF(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	32
Şekil.3.6. $K(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun modülasyon altındaki cevabı	32
Şekil.3.7. $K(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun (K) değişimi	33
Şekil.3.8. Kappanın R bağlı değişimi	33
Şekil.3.9. Yansıyan gücün eğrisi	34
Şekil.3.10. $TF(j\omega_m)$ ve $H(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun kiritik durumdaki eğrileri	35
Şekil.3.11. Kuvvetli geribeslemeli lazer diyod modeli	36
Şekil.4.1. Nonlineer geribeslemeli sistem	43
Şekil.5.1. Yarıiletken lazer diyodun nonlineer sistem blok yapısı	52
Şekil.5.2. H1 Transfer fonksiyonunun Nyquist eğrileri	57
Şekil.5.3. H21 Transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	57
Şekil.5.4. G11 ve G12 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	58

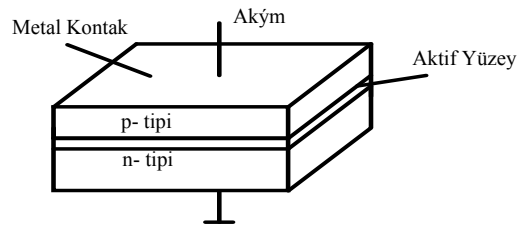
Şekil.5.5. G1 Transfer fonksiyonunun Nyquist eğrileri	58
Şekil.5.6. G21 Transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	58
Şekil.5.7. Birim geribeslemeli çıkış-giriş transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	59
Şekil.5.8. Kapalı sistem transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi	59
Şekil.5.9. IMD1 ve IMDV1 eğrisi	64
Şekil.5.10. 2HD ve 2HDV eğrisi	64
Şekil.5.11. DCPBH lazer diyodun teorik (çizgiler) deneysel (noktalar) değerleri	gör÷lmektedir 64

BÖLÜM 1

GİRİŞ

1.1. Yarıiletken Lazerin Gelişimi

Lazer, tarihi literatüre 1958 yılında Schawlow ve Townes'in seminer raporunda girmiştir. Takip eden yıllarda Solid-State Ruby lazeri Mayıs 1960 ve He-Ne gaz lazeri ise Aralık 1960 yılında başarıyla gerçekleştirilmiştir [1]. Fabry-Perot rezonatörlerde ise ilk kez 1960 yılında kullanılmış ve çok modlu çıkış elde edilmiştir [2,3]. Bu çalışmalar devam ederken yarıiletken lazerlerde zorlamalı ışımanın elde edilebileceği 1962` de birçok çalışma grubu raporlarında bahsedilmiştir. İlk yarıiletken lazer Şekil.1.1 de görüldüğü gibi iki yüzey arasında aktif bölge oluşturarak sandviç şeklinde yapılmıştır [1].



Şekil.1.1 Lazer diyodun ilk yapım şekli.

Stripe-geometrik yapıdaki ilk homostructure lazer ise 1967`de gerçekleştirilmiştir [1]. Çalışmalara devam edilerek çift-çok yapı (double heterostructure) GaAs lazerde 1969

yılında oda sıcaklığındaki akım yoğunluğu $J_{th}=5 \text{ kA/cm}^2$ değerine düşürülmüş ve oda sıcaklığında çalışan ilk sürekli dalga (CW) lazeri ise 1970 yılında gerçekleştirilmiştir [1].

Stripe-geometrik yapıdaki heterostructure lazerler ise 1971'de gerçekleştirilmiş ve akım yoğunluğu ise 1.6 kA/cm^2 'ye, 1975'de ise AlGaAs lazerde akım yoğunluğu $J_{th}=0.5 \text{ kA/cm}^2$ ye düşürülmüştür. Bu lazerlerde aktif tabaka kalınlığı ise $0.1 \text{ }\mu\text{m}$ civarındadır ve kazanç kılavuzlanmış (gain-guided) lazerler olarak adlandırılmıştır [1,4].

InGaAsP lazer diyodlarda (LD) ise oda sıcaklığında $1.1 \text{ }\mu\text{m}$ dalga boyundaki ışıma 1975 yılında elde edilmiştir. Stripe geometrik yapıdaki LED'lerde CW ışıma ise 1976 yılında elde edilmiş ve 1977 yılında bu değer $1.3 \text{ }\mu\text{m}$ ye geliştirilmiştir [5].

Lazer diyodlardaki en önemli gelişmeler özellikle AlGaAs lazerlerde 1980'den sonra gerçekleştirilmiştir. GaAs lazerler sürekli dikkati üzerine toplayarak teknolojik gelişmeler ve "vapor-phase-epitaxy", "molecular beam epitaxy" teknikleri kullanılarak "multiquantum-well" lazer yapıları gerçekleştirilmiştir. Bu elemanların aktif bölge kalınlıkları yaklaşık olarak $0.01 \text{ }\mu\text{m}$ kadardır. Yapılan çalışmalarda AlGaAs'e alternatif olarak GaAs kullanılarak yüksek güçte phased-array yarıiletken yapılar elde edilmektedir. Bu yapılan çalışmalardaki GaAs lazerin ışıma dalga boyu $0.8...0.9 \text{ }\mu\text{m}$ arasındadır [6].

Harici optik geribesleme sistemleri yarıiletken lazerlerde son çeyrek yüzyılda kullanılmakta ve konu ile ilgili bir çok deneysel çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmalarda yalnızca harici pasif boşluğun (cavity) etkilerinden söz edilmiştir [7]. Daha sonraki çalışmalarda aynaların yüzey yansıtma özellikleri incelenerek çok modlu çıkış elde edilmiştir. Bu çalışmalarda çizgi genişliği dikkate alınmamıştır. Daha sonra ise yarıiletken lazerlerde mod seçimi ağırlık kazanarak özellikle tek mod seçimi üzerinde durulmuştur. Bu çalışmalar yapılırken kararlılık, akort etme ve çizgi genişliği (linewidth) dikkate alınmıştır [7]. Sonraki çalışmalarda özellikle tek mod seçimi ve çizgi genişliğinin daraltılmasında yoğunlaşmıştır [8]. Bu çalışmalar yapılırken kaotik durumlar ile karşılaşmış ve kaotik durum şartları belirlenmeye ve sorun çözülmeye çalışılmıştır [9].

Uzun dalga boylu lazerlerin, dalga boyları 1.1-1.6 μm arasındadır. Bu dalga boyu optik haberleşme sistemlerinde kullanılan fiberlerde, minimum optik zayıflamaya karşılık gelmekte ve bundan dolayı verim yükseltmektedir. Bu ihtiyaç dikkate alınarak bir çok malzeme bir araya getirilerek InGaAsP-InP yapılar oluşturulmuştur. Ticari fiberlerde kayıp ve dispersiyonun düşürülmesi için yapılan çalışmalar InGaAsP yapılar ve uzun dalga boylu lazerler üzerinde odaklanmıştır [5]. Lazer diyodlardaki gelişmeler, fiber optik haberleşme sistemlerinin gelişmesine vesile olmuş ve bu sistemlerin ticari hale gelmesini sağlamıştır [4].

1.2. Tek Modlu Lazerler

Bu yarıiletken lazerlerin diğerlerine göre en belirgin özelliği, çok küçük spektral genişliğe, küçük yükselme zamanı, modülasyon band genişliğinin büyük olması, kuplaj verimliliğinin yüksek olması ve çok uzun fiber hatlarda yüksek verimlilikte çalışabilmesidir. Bu lazer diyodların ışıma dalga boyları 1.3-1.55 μm arasındadır.

Harici boşluk tekniklerinin kullanıldığı tek modlu lazerler aşağıda verilmiştir;

1. Harici hava boşluklu (External cavity in air)
2. Harici pasif dalga kılavuzu (External passive waveguide cavity)
3. Birleşik pasif dalga kılavuzu (Integrated passive waveguide cavity)
4. Dahili yansımali girişim lazeri (Internal reflection interference laser)
5. İki bölümlü lazer (Two-section laser)
6. İnjektasyon kilitlemeli lazer (Injection.locked laser)
7. Bölünmüş kuplajlı boşluk lazer (Cleaved coupled cavity laser (C^3))
8. Çift aktif tabakalı crescent lazer (double aktif layer crescent laser)
9. İnterferometrik lazerler.

Tek modlu lazerlerin diğer çeşitleri dağıtılmış bragg yansıtıcılı (Distrubuted bragg reflector, DBR) ve dağıtılmış geri beslemeli lazerlerdir (Distrubuted feedback, DFB). Bu lazerlerin çeşitleri ise aşağıda verilmiştir [10].

1. Birleşik çift kılavuzlu DBR (Integrated twinguide DBR lazer)
2. Butt-jointed DBR lazer
3. Bir DBR üzerine DCPBH yapısının büyütülmesiyle yapılan Butt-jointed lazer

- (Butt-jointed DBR by growing CPBH structure over a DBR terrace)
4. Geniş boşluklu lazerler (Large optic cavity, LOC)
 5. Çeyrek dalga kaydırılmış DFB lazer (Quarter-wave-shifted DFB laser)
 6. Çok elektrotlu dağıtılmış geribeslemeli lazer (Multielectrode Distributed feedback laser) [11]
 7. DFB üzerine harici optik geri beslemeli lazer (External optical feedback on DFB laser) [12].

1.3. Kuantum Well Lazer (QW)

Son yıllardaki çalışmalarda yarıiletken lazer biliminde QW lazerler önem kazanmıştır. QW lazerlerin çift çok-yapılı lazerlerden farkı, aktif tabaka kalınlığının 10-20 kat daha ince olmasıdır. Eşik akımı aktif tabaka kalınlığı ile doğrudan ilgilidir. Aktif tabaka kalınlığının düşmesiyle bu değerde düşmüştür. Bu lazerlerin çeşitleri ise kuantum film (QF), kuantum wire (QW) ve kuantum box (QB) dır [13-15].

1.4. Çalışmanın Amacı

Yarıiletken LD'lar ile ilgili bundan önceki çalışmalarda, Hassine [16] yarıiletken LD'un modülasyon altındaki durumunu Volterra fonksiyonel seri açılımını, güç serileri şeklinde açmış ve Laplas-Borel dönüşümlerini de ilave olarak kullanmıştır. Bu analizde LD'un harmoniklerin akım modülasyonu responsunu incelemiştir. Daha sonra Biswas [17] Volterra seri açılımı, Taylor serisi şeklinde açarak yarıiletken LD'un harmonik analizini yapmıştır. Bu analizde ikinci ve üçüncü harmoniklerinin hesaplanmasına yeni bir yaklaşım getirmiştir. Salgado [18], Volterra seri açımı ile yarıiletken LD'un distorsiyon analizini yapmıştır. Bu analizde Volterra çekirdeklerinin hesaplanmasında fourier dönüşümünü kullanmıştır. Froidure [19] ise Volterra seri açılımı ile kablolu TV sistemleri için ikinci dereceden distorsiyon analizini yapmıştır. Bu çalışmaların hepsinde yalnızca yarıiletken LD üzerinde çalışılmıştır. Bu çalışmalarda harmonik analizi, distorsiyon, genlikleri üzerinde yoğunlaşmıştır. Harmoniklerin ve sistemin kararlılığı hiç dikkate alınmıştır.

Bu çalışmada optik haberleşme sistemleri ve çeşitli endüstriyel uygulamalarda referans ışık kaynağı olarak kullanılan LD'un harici boşluklu (cavity) optik geribeslemeli

modellenmesi yapılarak bu modellemeye ait çeşitli karakteristik davranışları ortaya konacaktır. LD'un karakteristik davranışlarına önemli etkisi olan taşıyıcı ve foton değişmesinin incelenmesine yeni bir yaklaşım getirilecektir. Bu yaklaşım analizi yapılırken lineerize edilmiş küçük işaret eşitlikleri kullanılmıştır. Foton ve taşıyıcı yoğunluğunun teorik hesaplanmasında girişin harmoniklerden oluştuğu kabul edilerek, bu harmoniklerin bütününe içeren harmonik giriş metodu kullanılmıştır.

Bu modellemede harici boşluklu LD'un oran eşitliklerinin çözümü Volterra serisi ile yapılacaktır. Bu seri ile sistemin nonlinear ileri yön H_n ve G_n transfer fonksiyonları harmonik giriş metodu uygulanarak Volterra çekirdekleri hesaplanacaktır. Hesaplanan transfer fonksiyonlarının frekans eğrileri çizilerek, çekirdeklerin kararlılığı ve Volterra-Wiener yaklaşımı kullanılarak sistemin de kararlılığı incelenecektir.

Çalışmada, elde edilecek ileri yön transfer fonksiyonlarından ikinci harmonik distorsiyonu (SHD), üçüncü harmonik distorsiyonu (THD) için yeni düzenlemeler yapılacaktır. Bu çalışmada, lazer diyodun linearize edilmiş tek mod oran denklemleri harici boşluklu LD'ye göre yeniden düzenlenerek bu denklemler harmonik giriş metoduyla birlikte Volterra serisi kullanılarak çözülmüştür. Harmonikler için elde edilen transfer fonksiyonlarında Volterra-Weiner seri yaklaşımı kullanılmıştır. Bulunan transfer fonksiyonları kullanılarak çıkıştan girişe doğru kararlılık analizleri yapılmış olup bu analizlerde Nyquist kararlılık kriteri temel alınmıştır. Ayrıca harici boşluklu LD için intermodülasyon distorsiyon (IMD) ve SHD terimleri türetilerek LD'da elde edilen intermodülasyon ve SHD terimleriyle mukayesesi yapılmıştır. Bu çalışmada ayrıca LD ve harici boşluklu LD'un transfer fonksiyonlarından Nyquist eğrileri çıkarılarak geribeslemenin kararlılık üzerindeki etkisi incelenecektir. Geribesleme transfer fonksiyonunun etkisi de ortaya konacaktır. Harici boşluklu LD'un normalize edilmiş küçük işaret eşitlikleri kullanılarak intermodülasyon distorsiyonu 1 (IMD1) ve ikinci harmonik distorsiyonunun hesaplanmasına da yeni bir yaklaşım getirilecektir.

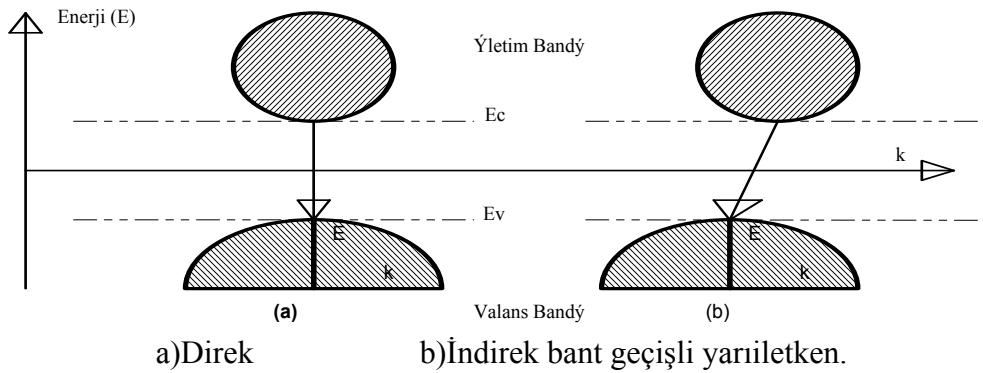
Bu çalışmada harici boşluklu yarıiletken LD'un foton ve taşıyıcıya bağlı olarak harmoniklerinin analizi yapılacak ve bu harmoniklerin frekans düzlemindeki kararlılıkları incelenecektir. Bu çalışmada, ilk defa çıkış-giriş sistem yaklaşımı kullanılarak sistemin kararlılığı frekans düzleminde incelenmiştir. Çalışmada ayrıca harici boşluklu LD'un, ikinci harmonik ve intermodülasyon distorsiyonunun hesaplanmasına da yeni bir yaklaşım getirilmiştir.

BÖLÜM II

YARIİLETKEN LAZER TEORİSİ

2.1. Direk ve İndirek Band Geçişli Maddeler

Yarıiletkenlerde ışımalı birleşme işlemi, Şekil 2.1'a ve b' de görüldüğü gibi direk ve indirek band geçişli maddeler için enerji seviye diyagramları üzerinde gösterilmiştir. Elektron dalga vektörleri yaklaşık olarak $-\pi/a$ ile $+\pi/a$ arasında iken, ışıma dalga vektörü $2\pi/\lambda$ dır. Görülen ışıma için yaklaşık dalgaboyu $0.5 \cdot 10^{-6}$ m'dir. Yani $2\pi/\lambda \ll \pi/a$ dir. Bundan dolayı, ışıma dalga vektörü elektron dalga vektöründen daha küçüktür.



Şekil.2.1 Yarıiletkenlerde bant geçişi

Eğer yalnızca elektron ve foton parçacıkları varsa, o zaman elektron aynı dalga vektörüne sahip durumlar arasında geçiş yapmalıdır. Bu sebeple bir E-k diyagramında bu yüzden geçişlere izin verilir. Bu durumda, Şekil 2.1.b'de görüldüğü gibi dikey olmayan geçişler olması da mümkündür. Fakat dalga vektörünü korumak için bir fonon üretilmeli yada yok edilmelidir [13-17].

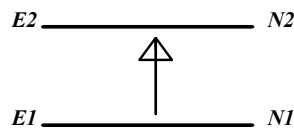
İndirek geçiş işleminde, iki yerine üç parçacık kullanılır. Bu parçacıklar elektron, delik ve fonon'dur. Işımalı band geçişi olması ihtimali düşüktür. Band içi birleşme hızı ise $r = Bnp$ şeklinde ifade edilmiş ve ifadedeki B ise Einstein sabiti olarak tanımlanmıştır [18-20].

2.2. Işımalı Yutma (Absorption) ve Işıma (Emission)

Işımalı yutma ve ışıma işlemini açıklayabilmek için atomik bir sistemde düşük enerji seviyesi E_1 ve yüksek enerji seviyesi E_2 olan iki seviyeli basit bir sistemi ele alalım. Ancak gerçek sistemlerde enerji seviye yapıları daha fazla ve karmaşıktır. Düşük enerji seviyesindeki bir atom zorlanmış yutma ile yüksek enerji seviyesine çıkarılabilir. Aynı şekilde üst enerji seviyesindeki atom zorlanmış yutma ile yüksek enerji seviyesine çıkarılabilir. Bu durumlarda ışıma meydana gelmez. Yüksek enerji seviyesindeki atomun düşük enerji seviyesine geçme işlemi iki şekilde olur [21].

1. Kendiliğinden ışıma (spontaneous emission) ile düşük enerji seviyesine geçebilir. Bu durumda ışıma tamamen rastgeledir.
2. Zorlamalı ışıma (stimulated emission) ile düşük enerji seviyesine geçebilir. Bu durumda ışıma düzgündür. Her iki ışıma türünde de yayılan ışığın enerjisi $h\nu = E_2 - E_1$ dir. İfade de ν ışıma frekansı ve h Planck sabitidir.

Şekil.2.2 deki iki seviyeli sistemde E_1 seviyesinden E_2 seviyesine zorlamalı geçiş



Şekil.2.2 İki seviyeli sistem.

$$W_{12} = B_{12} \rho(\nu) \quad (2.1)$$

şeklinde ifade edilmiştir. İfadede $\rho(\nu)$ ışımının spektral enerji yoğunluğudur. **B₁₂** ise yutma işleminde Einstein sabitidir. Benzer olarak **E₂** seviyesinden **E₁**'e geçiş oranı:

$$W_{21} = B_{21} \rho(\nu) + A_{21} \quad (2.2)$$

ile verilir. **A₂₁** ; **E₂** 'den **E₁**'e geçişte kendiliğinden ışıma oranıdır. Einstein sabiti

$$A_{21} = 1/\tau_{21} \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Isıl denge şartlarında **E₁** ve **E₂** enerji seviyeleri için ortalama çoğalma, zaman içinde sabittir. Seviye yoğunlukları **N₁** ve **N₂** olmak üzere aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

$$N_2 W_{21} = N_1 W_{12} \quad (2.4)$$

İfade de **N₁**, **N₂** sırayla **E₁** ve **E₂** seviyelerindeki çoğalma yoğunluğudur. Yukarıdaki eşitlik (2.4) yeniden düzenlenirse,

$$N_2 / N_1 = [B_{12} \rho(\nu) / B_{21} \rho(\nu) + A_{21}] \quad (2.5)$$

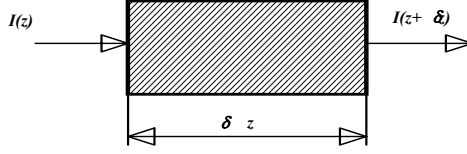
şeklinde olur. Burada **B₂₁**, zorlamalı ışıma **B₁₂** ise yutma işleminde Einstein sabitleridir ve birbirlerine eşittir [22].

2.3. Yutma ve Üst Seviyeye Yükseltme

E₂ seviyesinden **E₁** seviyesine zorlamalı geçişlerin **N₂W₂₁** ve **E₁** seviyesinden **E₂** seviyesine geçişlerin ise **N₁W₁₂** şeklinde olduğu tanımlanmıştır. Bu durumda birim hacim içerisinde üretilen net ışıma gücü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$(P/Hacim) = (N_2 W_{21} - N_1 W_{12}) h\nu \quad (2.6)$$

Zorlamalı ışıma, normal ışıma ile ilave edildiğinden Şekil 2.3 de görüldüğü gibi birim uzunluk başına düşen ışıma yoğunluğundaki artış,



Şekil.2.3 Optik zayıflama veya yükseltme.

$$\frac{dI}{dz} = (N_2 - N_1)W_i(\nu)h\nu \quad (2.7)$$

ile tanımlanmıştır. İfadede gelen dalganın şiddeti $W_{21}=W_{12}=W_1(\nu)$ dir. Denklemin çözümünde,

$$I(z) = I(0)e^{[\gamma(\nu)z]} \quad (2.8)$$

elde edilmiştir [22]. Bu ifadede,

$$\gamma(\nu) = (N_2 - N_1)W_i(\nu)h\nu \quad (2.9)$$

ile verilmiş ve $\gamma(\nu)$ ortamın kazanç sabiti olarak tanımlanmıştır. Üssel ifade incelendiğinde $N_2 > N_1$ iken ters çoğalma ve $N_2 < N_1$ iken ise zayıflama hakimdir. Birinci durum lazerde yükseltmeye karşılık gelirken, ikinci durum atomik sistem içerisinde zayıflamaya karşılık gelir [22].

2.4. Yarıiletkenlerde Ters Çoğalma (Population Inversion)

Işıma şiddetinin kuvvetlendirilmesi veya pozitif kazanç sabiti elde edilebilmesi için aktif ortamda ters çoğalma elde edilmesi gerektiği yukarıda belirtilmişti.

Bir yarıiletken lazerde ters çoğalma için P-N eklemine yeteri kadar ileri yönde polarlama uygulandığında elektronlar, N tarafından oyuklar, ise P tarafından eklem bölgesinden çekilir. Bunun sonucu olarak büyük miktarda elektron ve delik eklem bölgesine enjekte edilir. Sonuçta iletim bandı büyük yoğunlukta elektron, valans bandı ise büyük yoğunlukta delik ihtiva eder. Bu işlem ters çoğalma olarak adlandırılır [20].

2.5. Fabry-Perot Lazer

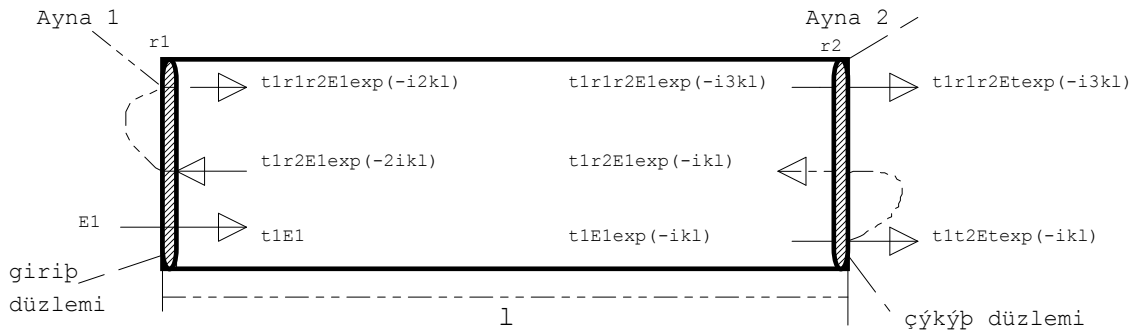
Bir kazanç ortamı içerisinde, uygun frekanslı bir ışık geçtiğinde tek bir geçiş için optik işaret kazancı çok küçüktür. Şekil.2.4 de görüldüğü gibi ortalama bir yükseltme elde etmek için, lazer ortamı içinde optik işaretin geribeslemesi yapılmalıdır. Optik boşluk yansıtıcı yüzeyleri tarafından ışın geribeslemesi yapıldığından, bir yükselteçten ziyade bir osilatöre benzemektedir. Yükseltme süresince optik işaretin (optical signal) bir çok kez geribeslemesi yapılır. Geçiş başına net kazanç bir birimdir ve bunun sonucu sürekli hal osilasyonu elde edilir [20]. Fabry-Perot boşluğunun oluşturduğu yansıtıcı yüzey çifti arasında bir dalga yansıtma düzlemi düşünülerek elde edilir. z yönünde yayılan dalganın elektrik alanı aşağıdaki gibi ifade edilmiştir,

$$E_x(z, t) = E_1 e^{[-jkz]} e^{[-j\omega t]} \quad (2.10)$$

eşitlik (2.10) daki x indisi, düzlem dalganın x yönündeki polarizasyonunu ve k' ortamdaki dalga yayılım sabitini temsil etmektedir. İfade zamandan bağımsız olarak $E_x(z) = E_1 e^{(-jkz)}$ şeklinde sadeleşir. Yansımalar sonucu toplam alan ifadesi

$$E_t = t_1 t_2 E_1 e^{(-jkL)} \left[1 + r_1 r_2 e^{(-j2kL)} + r_1^2 r_2^2 e^{(-j4kL)} + \dots \right] \quad (2.11)$$

şeklinde verilebilir.



Şekil.2.4 Fabry-Perot boşluğunda (cavity) optik geri besleme.

ifadede E_1 giren E_t çıkan alanın genliği r_1 ve r_2 aynaların yansıtma (reflectivity) sabitleri ve k ise dalga sayısını ifade etmektedir. Yukarıdaki (2.11) eşitliği,

$$E_t = \left[t_1 t_2 e^{(-j\hat{k}L)} \right] / \left[1 - r_1 r_2 e^{(-j2\hat{k}L)} \right] \quad (2.12)$$

geometrik ortalama şeklinde düzenlenmiştir [20].

Yukarıdaki eşitlik (2.11) de osilasyon şartı için, payda sıfıra eşitlenir. E_t sonsuza giderken E_1 sıfır şartı için elde edilir. Bu durum osilasyon şartı olarak adlandırılır. Osilasyon durumu,

$$r_1 r_2 e^{-2\hat{k}L} = r_1 r_2 e^{-2j(k+\Delta k(\omega))L} e^{(g(\omega)-\alpha)L} = 1 \quad (2.13)$$

olduğunda elde edilir. İfade, kazanç ve faz şartı için ikiye ayrılır. Kazanç ve fazı,

$$g = \alpha + \frac{1}{L} \ln \left[\frac{1}{r_1 r_2} \right] \quad (2.14)$$

$$2[k + \Delta k(\omega)]L = 2\pi m \quad (2.15)$$

olarak ifade edilir [20]. İfadedeki α , ortam kaybı ve m bir tam sayıdır. Yarıiletken lazerlerdeki eşik kazancı, lazer osilasyonu elde etmek için ileri yönde polarmalanmış P-N ekleminden akacak injeksiyon akımını ifade eder.

2.6. Lazer Diyod ve Denklemleri

Lazer diyodlar optik haberleşme sistemlerinde ve optik ölçme sistemlerinde referans ışık kaynağı olarak kullanılır. Bu diyodlar teorik olarak tek mod (single-mode) ışıma yaptıkları kabulü yapılarak bütün oran eşitlikleri bu durum dikkate alınarak düzenlemiştir. Çok modlu (multi-mode) durum analizi yapıldığında veya bütün modlar dikkate alındığında ifadelerde tam düzenlemeler yapılmalıdır [23].

Genel dalga denklemi,

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\epsilon E) = 0 \quad (2.16)$$

ile verilir ve optik alanın genel şekli,

$$E(x, y, z, t) = \frac{1}{2} \Psi(x) \dot{\Phi}(y) \sum_j \sin(jkz) E_j e^{-ij\omega t} + \dots c.c \quad (2.17)$$

şeklindedir. Buradaki $\Psi(x)$ ve $\Phi(y)$ z yönünde ilerleyen dalganın boyuna ve enine alan profilleridir. Boşluk içindeki dalga sayısı k_j , $k_0 = 2\pi\nu/c$ ve $\nu = \nu_m = mc/2\mu c$ olup genel ifade

$$k_J = \mu\Omega_J/c = m_J\pi/L \quad (2.18)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu ifadelerde L , boşluk uzunluğu Ω , boşluk rezonans frekansı ν , ışıma frekansı ve c ışık hızı olarak tanımlanmıştır. Kılavuzlanmış dalga modunun etkin dielektrik sabitesinin yaklaşık değeri ise

$$\langle \epsilon \rangle \cong \dot{\mu}^2 + 2\Gamma\dot{\mu}\Delta\mu_p + \frac{i\dot{\mu}\dot{\alpha}}{k_0} \quad (2.19)$$

şeklinde verilmiştir [23]. Buradaki $k_0 = \omega/c$ ve Γ , sıkıştırma (confinement) faktörü $\Delta\mu_p$, carrier-induced indis değişimi $\dot{\mu}$, mod indisi ve $\dot{\alpha}$ mod yutma sabitidir. Bu eşitlikler;

$$\dot{\mu}^2 \cong (\mu_0^{out})^2 + \Gamma_2 \left[(\mu_e^{in})^2 - (\mu_e^{out})^2 \right] \quad (2.20)$$

$$\dot{\alpha} = (-\Gamma_L \Gamma_T)g + [\Gamma\alpha_0 + (1-\Gamma)\alpha_c + \alpha_{scat}] + \frac{1}{2L} \ln[1/R_1 R_2] \quad (2.21)$$

ile tarif edilir. Alan ifadesi ise

$$\frac{dE}{dt} = \frac{i\dot{\mu}}{\mu_g} (\omega - \Omega)E + \frac{i\omega}{\mu_g} (\Gamma\Delta\mu_p + i\dot{\alpha}/2k_0)E \quad (2.22)$$

Eşitlik (2.22)'deki alan ise

$$E = Ae^{(-i\phi)} \quad (2.23)$$

ile verilmiştir. Bu ifadenin genlik ve fazı ise

$$\dot{A} = \frac{1}{2} \nu_g [\Gamma g - (\alpha_{int} + \alpha_m)] A = \frac{1}{2} \nu_g \dot{\alpha} \quad (2.24)$$

$$\phi = -\frac{\hat{\mu}}{\mu_g}(\omega - \Omega) - \frac{\omega}{\mu_g} \Gamma \Delta \mu_p \quad (2.25)$$

şeklindedir [1,24]. Burada μ_g , grup indisi ve $\hat{\mu}$ ise mode indisidir. İfadedeki $v_g = c/\mu_g$ grup hızı ω , lazer mod frekansıdır. Foton sayısı P ,

$$P = \frac{\varepsilon_0 \hat{\mu} \mu_g}{2\hbar\omega} \int |E|^2 dV \quad (2.26)$$

ile verilir [24]. Foton enerjisi $\hbar\omega$ 'dir. $P \propto A^2$ olduğunda çözümden

$$\dot{P} = (G - \gamma)P + R_{sp} \quad (2.27)$$

elde edilir. Buradaki G net olarak zorlamalı ışıma

$$G = \Gamma g v_g \quad (2.28)$$

ile tanımlanmıştır. Foton ömrü ise

$$\gamma = v_g (\alpha_m \alpha_{int}) = \tau_p^{-1} \quad (2.29)$$

$$\gamma = v_g \left[\frac{1}{2L} \ln(1/R_1 R_2) + (\Gamma \alpha_0 + (1 - \Gamma) \alpha_c + \alpha_{scat}) \right] \quad (2.30)$$

ile verilmiştir [25]. Boşluk içindeki foton ömrü τ_p olarak tanımlanır. Faz eşitliği;

$$\phi = -\frac{\hat{\mu}}{\mu_g}(\omega - \Omega) + \frac{1}{2} \beta (G - \gamma) \quad (2.31)$$

ile verilir [26]. Bu eşitlik göstermektedir ki kazanç değiştiği zaman eşik değeri (threshold) ve fazı değişmektedir. Eşitlik (2.31)'de Ω , boyuna mod frekansı G , kazancı. ve aktif bölgedeki taşıyıcının ifadesi,

$$N = \int n dV \quad (2.32)$$

şeklinde tanımlanmış olup n ise aktif yüzeydeki taşıyıcı yoğunluğuna karşılık gelir [45]. Toplam ışıma ifadesi $R(n)$ ve taşıyıcı oran eşitliği N

$$R(n) = A_{nt}n + Bn^2 + Cn^3 + R_{st}N_{ph} \quad (2.33)$$

$$N = I/q - \gamma_e N - GP \quad (2.34)$$

olup aktif yüzeydeki akımın ifadesi;

$$I = WLqdR(n) \quad (2.35)$$

$$J = qdR(n) \quad (2.36)$$

ile tanımlanmış olup W , boşluk genişliği d , aktif tabaka kalınlığı ve L boşluk uzunluğudur. Kayıplar ise,

$$\gamma_e = A_{nt} + Bn + Cn^2 = \tau_e^{-1} \quad (2.37)$$

ile ifade edilir [13]. Kendiliğinden ışımadaki foton ifadesi

$$R_{sp} = \beta_{sp} \eta_{sp} \gamma_e N \quad (2.38)$$

olmak üzere iç kuantum verimi $\eta_{sp} = Bn/\gamma_e$ ve β_{sp} kendiliğinden ışıma faktörü, $\lambda = 2c\pi/\omega$ değeri için ifade

$$\beta_{sp} = \left[K\Gamma\lambda^2 / 4\pi^2 \mu \hat{\mu} \mu_0 V \Delta\lambda_{sp} \right] \quad (2.39)$$

şeklinde düzenlenmiştir [21]. Buradaki μ , gövde indisi (bulk-material index) $\Delta\lambda_{sp}$, kendiliğinden ışımanın spektrum genişliği K , iyileştirme sabitidir. İndis kılavuzlanmış lazerler için ise $K=1$ dir. Fakat kazanç kılavuzlanmış lazerler için bu değer çok büyüktür. Çok mod oran eşitlikleri

$$\dot{P} = (G_m - \gamma_m)P_m + R_{sp}(\omega_m) \quad (2.40)$$

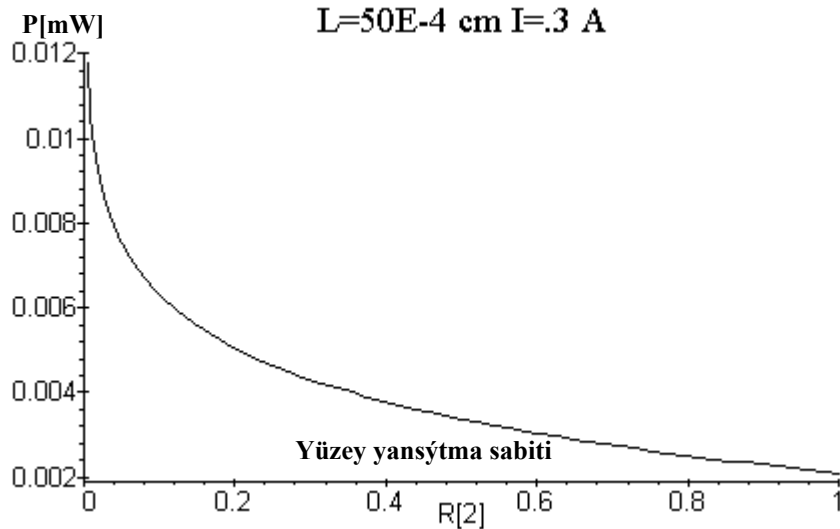
$$\dot{N} = \frac{I}{q} - \gamma_e N - \sum_m G_m P_m \quad (2.41)$$

olup burada G_m , m . modun kazancıdır. Fabry-Perot yarıiletken lazerler için mod kayıpları (γ_m) frekansdan bağımsızdır ve bütün modlar için $\gamma_m = \tau_p^{-1}$ alınır [1].

$$P = 0.5 R^{-1/2} (1 - R) w d \left(\frac{c}{n} \right) h \omega S / \Gamma \quad (2.42)$$

Lazer diyodun eşitlik (2.42) de optik çıkış gücünü vermektedir. İfadedeki P optik çıkış gücü S , foton yoğunluğunu n , kırılma indisi R , yüzeylerin yansıtma sabiti w , boşluk genişliği d , aktif tabaka kalınlığı ve Γ ise sıkıştırma faktörü olarak tanımlanmıştır.

Foton sayısı Şekil.2.5 de görüldüğü gibi R nin değeri büyüdüğünde güçte düşme olmakta ve foton omrú uzadığında ise güç artmaktadır.



Şekil. 2.5 Lazer diyodun yüzey yansıtma sabiti ve güç arasındaki ilişki.

Güç için tanımlanmış bir diğer ifade ise,

$$P = \frac{(I - I_{th}) \eta_i h \nu}{e} \frac{(1/L) \ln(1/R)}{\alpha + (1/L) \ln(1/R)} \quad (2.43)$$

ile verilmiştir. Bu ifadede α , etkin iç kayıplar η_i , iç kuantum verimi ve ν ışınma frekansı olarak tanımlanmıştır [22].

2.7. Gevşeme (Relaxation) Osilasyonu

Tek mod küçük işaret analizi oran eşitliklerinden foton ve elektron değişim eşitlikleri ,

$$\dot{P} = (G - \gamma)P + R_{sp} \quad (2.44)$$

$$\dot{N} = \frac{I}{q} - \gamma_e N - GP \quad (2.45)$$

ile tanımlanmıştır [23]. Burada zorlamalı ışıma kazancı G , N 'nin bir fonksiyonudur. İfadede kullanılan P ve N değerleri küçük işaret analizindeki sukunet değerleridir. P ve N 'deki küçük değişimler ise

$$\delta P = -\Gamma_p \delta P + \left(G_N P + \frac{\partial R_{sp}}{\partial N} \right) \delta N \quad (2.46)$$

$$\delta N = -\Gamma_N \delta N - (G + G_p P) \delta P + \frac{dI}{q} \quad (2.47)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$\Gamma_p = \frac{R_{sp}}{P} G_p P \quad (2.48)$$

$$\Gamma_N = \gamma_e + N \left(\frac{\partial \gamma_e}{\partial N} \right) + G_N P \quad (2.49)$$

ile tanımlanmıştır. Kazanç $G(N, P)$ ve bunun Taylor serisi açılımı

$$G(N, P) \cong G + G_N \delta N + G_p \delta P \quad (2.50)$$

ile verilir [24]. Kazanç ifadeleri $G_N = \partial G / \partial N$ ve $G_p = \partial G / \partial P$ olup G_p genellikle negatiftir [25]. P ve N deki küçük değişimler (2.46) ve (2.47) ifadelerinin çözümünden kolaylıkla elde edilebilir. Zamandan bağımsız logaritmik ifadeleri ise

$$\delta P(t) = \delta P_0 e^{(-ht)} \quad (2.51)$$

$$\delta N(t) = \delta N_0 e^{(-ht)} \quad (2.52)$$

$\delta \mathbf{P}_0$ ve $\delta \mathbf{N}_0$ değişme başlangıç değeri ve sönüm sabiti h ise

$$h = \Gamma_R \pm i\Omega_R \quad (2.53)$$

ile tanımlanmış ve ifadedeki Γ_R ise

$$\Gamma_R = \frac{1}{2}(\Gamma_N - \Gamma_P) \quad (2.54)$$

ile verilmiştir [25]. Gevşeme osilasyonunun açısal frekansı ise

$$\Omega_R = \left[(G + G_P P) (G_N P + (\partial R_{sp} / \partial N)) - ((\Gamma_N - \Gamma_P) / 4) \right]^{1/2} \quad (2.55)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Basitleştirilmiş pıratik işlemler için ise

$$\Omega_R = (GG_N P)^{1/2} \quad (2.56)$$

ifadesi kullanılır. $\mathbf{P}$ 'nin akıma bağlı sukunet halindeki değeri ise,

$$P = I - I_{th} / qG \quad (2.57)$$

şeklinde tanımlanmıştır [27]. Gevşeme osilasyonu açısal frekansı için diğer alternatif ifade Ω_R ise,

$$\Omega_R = \left[\frac{1 + \Gamma v_g \alpha n_0 \tau_p}{\tau_e \tau_p} \left(\frac{I}{I_{th}} - 1 \right) \right]^{1/2} \quad (2.58)$$

şeklinde de verilebilir. Buradaki n_0 , taşıyıcı yoğunluğunun eşik değeridir $\tau_e = \gamma_e^{-1}$. $\tau_p = \gamma^{-1}$ alınır ve $\Gamma v_g \alpha n_0 \tau_p$ genellikle ihmal edilir [13].

2.8. Küçük İşaret Analizi (Small-Signal Analysis)

Yarıiletken lazer diyodlar direk olarak modüle edilebilir. Bu da optik haberleşme sistemleri için çok kullanışlıdır. Modüle işlemi yarıiletken diyodun besleme akımının modüle edilmesiyle kolaylıkla gerçekleştirilir [23].

Langevin gürültü kaynağı ihmal edilerek tek mod oran eşitliklerinden modülasyon eşitlikleri türetilir. Modülasyon akımı $I(t)$,

$$I(t) = I_b + I_m(t) \quad (2.59)$$

şeklinde ifade edilir. Burada I_b , modülasyon olmadığı zaman diyodun sürekli polarmada ki DC akımı I_m ise modülasyon akımıdır. Modülasyon akımının etkisiyle $P(t)$, $N(t)$ ve $\phi(t)$ de küçük değışiklikler oluşur. Küçük işaret analizinde bu değışikliğin çok küçük olduğu kabul edilmiştir. Modülasyon derinliği m :

$$m = (\delta P)_{\max} / P = [I_m(t)]_{\max} / I_b - I_{th} \quad (2.60)$$

şeklinde verilebilir. Küçük işaret analizi $m \ll 1$ iken geçerlidir. Küçük işaret yaklaşımı ile P , N ve ϕ 'deki değışmeler

$$\delta \dot{P} = -\Gamma_p \delta P + G_N P \delta N \quad (2.61)$$

$$\delta \dot{N} = -\Gamma_N \delta N - (G + G_p P) \delta P + \frac{I_m(t)}{q} \quad (2.62)$$

$$\delta \dot{\phi} = \frac{1}{2} \beta_c G_N \delta N \quad (2.63)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Bu ifadelerin frekans düzlemindeki şekli ise

$$\delta \bar{P}(\omega) = \frac{G_N P(I_m(\omega)/q)}{(\Omega_R + \omega - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega + i\Gamma_R)} \quad (2.64)$$

$$\delta \bar{N}(\omega) = \frac{(\Gamma_p + i\omega)(I_m(\omega)/q)}{(\Omega_R + \omega - i\Gamma_R)(\Omega_R - \omega + i\Gamma_R)} \quad (2.65)$$

$$\delta\bar{\phi}(\omega) = \frac{1}{2i\omega} [\beta_c G_N \bar{\delta}N] \quad (2.66)$$

ile verilmiştir [24].

2.9. Şiddet (İntensity) Modülasyonu

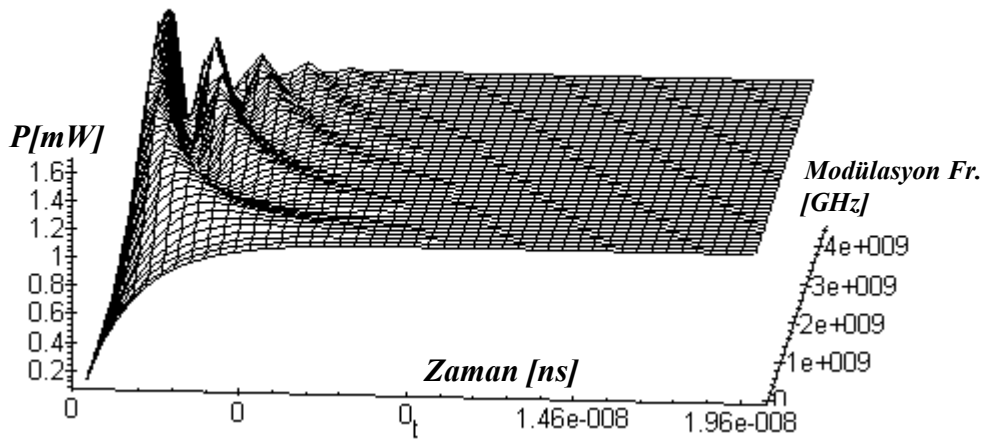
Daha önceki kısımda $I_m(t)$ küçük işaret analizinde keyfi olarak kullanılmıştır. Sinüsoidal modülasyon için,

$$I_m(t) = I_p \sin(\omega_m t) \quad (2.67)$$

alınarak

$$\dot{I}_m(\omega) = -i\pi I_p [\delta(\omega - \omega_m) - \delta(\omega + \omega_m)] \quad (2.68)$$

şeklinde verilebilir [25]. Şekil.2.6 da ise gücün modülasyon frekansı ve zamana bağlı olarak değişimi görülmektedir.



Şekil. 2.6 $I_b + I_m$ modülasyon frekansı- zaman güç değişimi.

Şekil.2.7 de ise güç zaman değişimi görülmektedir. Modülasyon frekansı, $\nu_m = \omega_m / 2\pi$ ve I_p modülasyon akımının tepe değeridir. Modüle edilmiş güç ise

$$\delta P(t) = \delta P_0 \sin(\omega t + \theta_P) \quad (2.69)$$

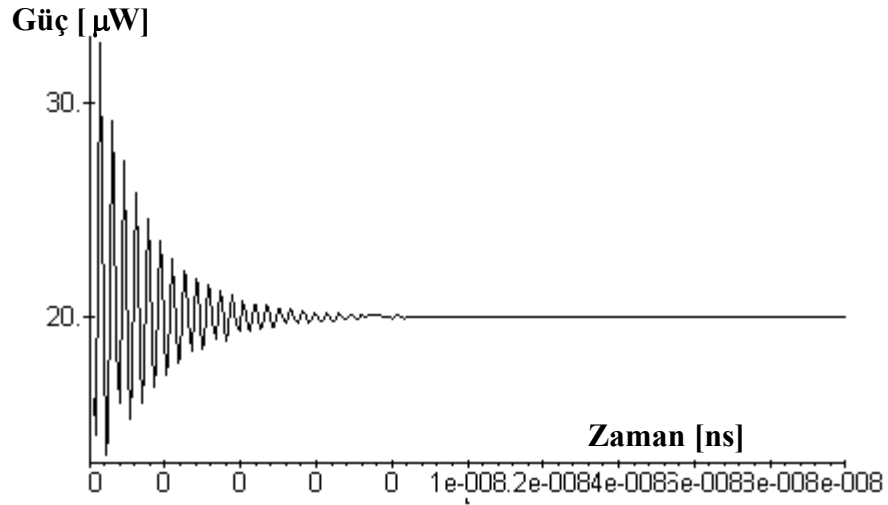
$$\delta P_0 = (G_N P(I_P / q)) / \left[(\omega_m^2 - \Omega_R^2 - \Gamma_R^2)^2 + 4\omega_m^2 \Gamma_R^2 \right]^{1/2} \quad (2.70)$$

$$\theta_P = \tan^{-1} \left[(2\Gamma_R \omega_m) / (\omega_m^2 - \Omega_R^2 - \Gamma_R^2) \right] \quad (2.71)$$

şeklinde tanımlanmıştır [26]. Güç foton çoğalması ile doğrusal değişir. Burada $\Gamma_R \ll \Omega_R$ ve $\nu_R = \Omega_R / 2\pi$ $\omega_m \ll \Omega_R$ kabulü yapılmış ve eşitlik basitleştirilerek;

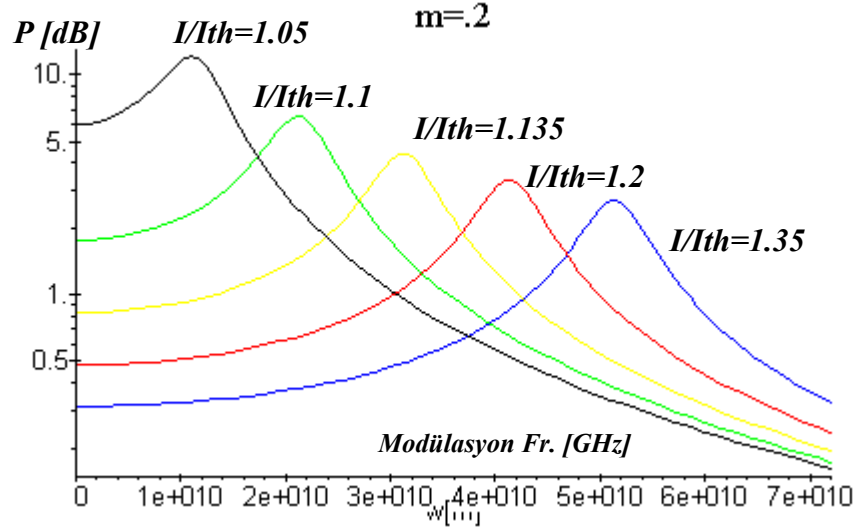
$$\delta P_0 = \tau_0 (I_P / q) \quad (2.72)$$

elde edilir.



Şekil.2.7 Güç zaman değişimi görülmektedir.

Şekil.2.8 de görüleceği gibi modülasyon indisi sabit alındığında zaman besleme akımı artırıldığında güçte düşme olmaktadır. Ancak band genişliğinde ise büyüme olmaktadır.



Şekil 2.8 Küçük işaret modülasyon cevabı.

2.10. Frekans Kayması (Chirping)

Besleme akımının modülasyona etkisi önceki kısımlarda açıklanmıştı. Akım modülasyonu, optik frekansta değişmeye sebep olur.

Sukunet halindeki frekans $\nu_0 = \omega_0 / 2\pi$ modülasyonda altında iken frekans kayması ise

$$\delta\nu(t) = \delta\phi(t)/2\pi \quad (2.73)$$

olup lazer frekansındaki bu dinamik frekans kayması (chirping) olarak adlandırılır. Dalga boyundaki kayma ise,

$$\delta\lambda = \left(-\lambda^2 / c \right) \delta\nu \quad (2.74)$$

ile ifade edilmiştir. Sinüsoidal modülasyonda;

$$\delta\nu(t) = \delta\nu_0 \sin(\omega_m t + \theta_C) \quad (2.75)$$

$$\delta\nu_0 = \left[\beta_C I_P G_N / 4\pi q \right] \left[\left(\omega_m^2 + \Gamma_P^2 \right) / \left(\left(\omega_m^2 - \Omega_R^2 - \Gamma_P^2 \right)^2 + (2\omega_m \Gamma_R)^2 \right) \right]^{1/2} \quad (2.76)$$

faz ise

$$\theta_C = \tan^{-1}[\omega_m/\Gamma_P] + \tan^{-1}[(2\Gamma_R\omega_m)/(\omega_m^2 - \Omega_R^2 - \Gamma_R^2)] \quad (2.77)$$

ile ifade edilmiştir [1]. Eşitlik (2.55) ve (2.56) sınır değerleri dikkate alındığında

$$\delta v_0 = \frac{\beta_c I_P}{4\pi G P q} [\omega_m^2 + \Gamma_P^2]^{1/2} \quad (2.78)$$

şeklinde ifade basitleşir [14]. Bu ifadeden görüleceği gibi güç arttığı zaman kayma azalmaktadır.

2.11. Büyük İşaret Modülasyonu (Large-Signal Modulation)

Büyük işaret modülasyonu, modülasyon derinliği $m \geq 1$ olduğu zaman yapılan modülasyona verilen isimdir. Modülasyon derinliği $m = \delta P_0/P$ ile verilir. Bu kabule göre kayma,

$$\delta v_0 = \frac{1}{2} \beta_c V_m m \quad (2.79)$$

ifadesi ile tanımlanır [14]. Burada $\omega_m = 2\pi\nu_m \gg \Gamma_P$ kabulü yapılmıştır ve $\omega_0 = \Omega$ iken

$$\delta v(t) = \frac{\bar{\Phi}(t)}{2\pi} \quad (2.80)$$

ile tanımlanmıştır [2]. Büyük işaret modülasyonu için δv_0 maksimum frekans kayması,

$$\delta v_0 \cong \frac{\beta_c}{2\pi T} \quad (2.81)$$

ile tanımlanmıştır [3].

BÖLÜM III

HARİCİ OPTİK GERİBESLEMELİ

YARIİLETKEN LAZER DİYOD VE KARARLILIĞI

3.1. Lazer Diyod ve Optik Geribesleme

Son çeyrek yüzyılda bir çok araştırmacı harici optik geribesleme konusunu raporlarında genişçe yer vermişlerdir ve konu ile ilgili bir çok deneysel çalışma yapmışlardır.

Fabry-Perot rezonatörler ilk kez 1960 yılında kullanılmış ve çok modlu çıkış elde edilmiştir [2,3]. Bu çalışmalara aynaların yüzey yansıtma özellikleri ile ilgili çalışmalar izlemiştir. Daha sonraki çalışmalarda tek mod seçimi ağırlık kazanmıştır. Sonraki yıllarda ise oda sıcaklığında yarıiletken lazerlere de aynı teknikler kullanılarak kararlılık ve akort etme çalışmaları yapılmıştır [7]. Önceki çalışmalarda tek mod ve çizgi genişliği dikkate alınmamış ve yalnızca harici pasif boşluğun etkilerinden söz edilmiştir [8,9]. Yarıiletken lazerler ve koherentlenmiş ışık kaynağı kullanan optik sistemlerde çizgi genişliği oldukça önemlidir [27,28]. Bu sistemlerde kaynaktan gelen gürültü ve diğer sorunlarla karşılaşılır. Bu sorundan dolayı genel uygulamalarda geribeslemeli sistemlerle, sistemden beklenen performansın çok ötesinde performans elde edilmiş fakat arzu edilen ve istenilen sisteme yaklaşamamıştır [29]. Bu düşünceden yola çıkarak sistemler değerlendirilirken, sistemde mevcut olan frekans gürültüsü, kayma, zayıflama ve mod

gibi unsurlar dikkate alınmıştır. Elektronik ve optik teknolojisinin gelişmesinden sonra elektronik geribesleme sistemleri de gelişmiştir. Bu gelişmeden lazer diyodun çizgi genişliği kilohertz seviyelerine düşürülmüş ve özellikle kuantum gürültüsü çok düşük seviyelere indirgenmiştir [29].

Lazer yapılarının dinamik analizi, örneğin yarıiletken lazerde optik geribesleme dikkate alındığında analizi; Fabry-Perot boşluk lazer analizinden çok zordur [30]. Harici geribeslemenin geleneksel analizini Lang modelinde ilerleyen dalga yaklaşımıyla mevcut ifadelerle geçikme terimi eklemiştir [30-34]. Bu analizlerin genelinde tek mod oran eşitlikleri kullanılarak, zayıf geribesleme ve tek yansıtıcı dikkate alınmıştır [35-37]. Çok genel bir geribesleme ifadesi ise Patzak [38] tarafından verilmiş ve daha sonra elektrik devre osilasyonuna benzer analiz şeklindeki açıklamaları Kurokawa [39] yapmıştır. Genelleştirilmiş oran eşitliklerinden, dinamik yapı için lineer eşitlikler elde edilememiş, buna karşın ışıma frekansı, foton yoğunluğu, taşıyıcı yoğunluğu ve faz kayması ile ilgili ifadeler kompant boşluk içindeki modların nonlineer eşitliklerinden elde edilmiştir [40]. Bu eşitlikler, genel lazer yapılarının analizine, dinamik yaklaşım ile birleşik boşluk içindeki değişkenler ilave edilerek tanımlanmıştır [41]. Son zamanlardaki gelişmeler ise Lang tarafından "bölgesel oran ifadeleri tekniği" şeklinde çok genel oran eşitliklerinin sukunet halindeki ifadelerden çıkarılmıştır [42]. Bu eşitlikleri Hijelme [43-45] harici boşluk analizi için geliştirmiş ve Trombong [46] ise ilerleyen dalga model tanımlaması ile genel bir oran ifadesi elde etmiştir.

Lang ve Kobayashi harici boşluk modellemesinde standart lazer diyod eşitliklerine geçikme terimlerini ilave ederek düzenlemişlerdir. Bu düzenlemede, Şekil 3.1 deki modele göre R_2 lazer diyod yansıtma sabiti, R_3 harici boşluk yansıtma sabiti, L_R harici aynanın uzaklığı, l_D lazer diyodun boşluk uzunluğu ve τ_R harici boşluk zaman sabiti olarak tanımlanmıştır. Lazer diyodun etkin boşluk uzunluğu,

$$L_D = \eta_{eff} l_D \quad (3.1)$$

ile tanımlanmış ve ifadedeki

$$\eta_{eff} = \eta + \Omega \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} \quad (3.2)$$

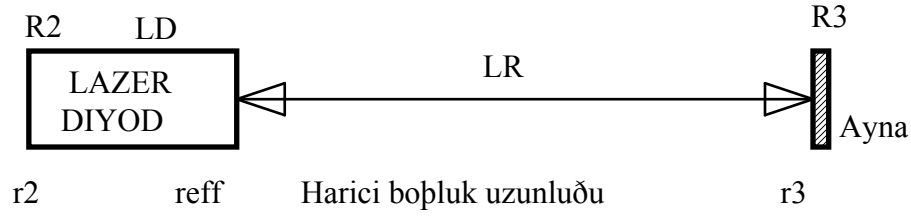
ile etkin kırılma indisi tanımlanmıştır. İfadedeki η ve Ω aktif bölgenin kırılma indisi ve lazer osilasyon frekansı olarak alınmıştır. Osilasyon frekansının, dalga boyu λ ve mod aralığı $\Delta\lambda_D$ ve boşluk uzunluğu arasındaki ilişki ise,

$$L_D = \frac{\lambda^2}{2\Delta\lambda_D} \quad \text{ve} \quad \Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2L_D} \quad (3.3)$$

ile tanımlanabilir. Harici boşluk zaman sabiti ise

$$\tau_R \equiv (2L_R/c) \quad (3.4)$$

olarak tanımlanmıştır.



Şekil.3.1 Harici optik geribeslemeli lazer diyod modeli.

Birleşik boşluk içindeki standart kompleks alanın değişimi ise,

$$\frac{d}{dt}E(t)e^{i\omega\tau} = \left\{ i\omega_N(n) + \frac{1}{2}(G(n) - \Gamma_0) \right\} E(t)e^{i\omega\tau} + \kappa E(t-\tau)e^{i\omega(t-\tau)} \quad (3.5)$$

şeklinde ifade etmiştir [30]. Bu ifadede L_D , lazer diyodun boyu ω_N , mod rezonans frekansı N ise bir tam sayı olmak üzere,

$$\omega_N = \frac{N\pi c}{\eta l_D} \quad (3.6)$$

ile verilmiştir. Denklem (3.5)'deki Γ_0 boşluk kayıpları olarak tanımlanmıştır. Harici boşluk sabiti κ

$$\kappa = \frac{ca}{2\eta l_D} \quad (3.7)$$

ile verilmiş ve ifadedeki a ise

$$a = (1 - R_2)(R_3/R_2)^{1/2} \quad (3.8)$$

olarak tanımlanmıştır. Harici aynadan yansıyan toplam alan

$$E_r e^{i\omega\tau} = \left[\sqrt{R_2} + (1 - R_2)\sqrt{R_3} e^{-i\omega\tau} + (1 - R_2)R_3\sqrt{R_2} e^{-2i\omega\tau} + \dots \right] E_i e^{i\omega\tau} \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir. Aynanın etkin yansıtma sabiti

$$r_{eff} = \sqrt{R_2}(1 + ae^{-i\omega\tau}) \quad (3.10)$$

ile ifade edilmiştir. Toplam boşluk kayıpları Γ

$$\Gamma = \Gamma_w - \frac{c}{\eta l_D} \ln(\sqrt{R_1} r_{eff}) = \Gamma_0 - \frac{c}{\eta l_D} \ln(1 + ae^{-i\omega\tau}) \quad (3.11)$$

ile verilmiştir. İfadedeki Γ_w , lazer diyodun dalga kılavuzu kayıpları Γ_0 ise geribeslemesiz boşluk kayıplarını temsil etmektedir. Normalize edilmiş taşıyıcı yoğunluğu ise,

$$\frac{d}{dt}n = -\gamma n - G(n)|E|^2 + \frac{J}{ed} \quad (3.12)$$

şeklindedir. Bu ifadede J , akım yoğunluğu e , elektron yükü d , boşluk kalınlığı γ , taşıyıcı tekrar birleşme zamanı ve E normalize edilmiş alan genliği olarak tanımlanmıştır. Sukunet halindeki alan genliğinin gerçek ve kompleks kısımları ise,

$$G(n) - \Omega + 2\kappa \cos(\Omega\tau) = 0 \quad (3.13)$$

$$\omega_N(n) - \Omega + 2\kappa \sin(\Omega\tau) = 0 \quad (3.14)$$

şeklinde ifade edilebilir. İfadedeki G , kazancı Ω , lazer osilasyon frekansını ve ω_N rezonans frekansı tanımlanmaktadır. χ harici boşluk parametresi olarak alındığında ve

$\mathbf{n}_r$, Ω_r ve χ_r 'nin çok küçük değişimlerini $\Delta \mathbf{n}$, $\Delta \Omega$ ve $\Delta \chi$ olarak kırılma indisindeki değişim ise

$$\eta(n, \Omega, \chi) = \eta_r + \eta_n \cdot \Delta n + \eta_\Omega \cdot \Delta \Omega + \eta_\chi \cdot \Delta \chi \quad (3.15)$$

ile ifade edilmiştir. Bu değerlere göre diyod boşluk frekansı

$$\omega_N = \omega_r - \frac{\omega_r}{\eta_r} (\eta_n \cdot \Delta n + \eta_\Omega \cdot \Delta \Omega + \eta_\chi \cdot \Delta \chi) \quad (3.16)$$

şeklinde yazılabilir. Kazançın taşıyıcı yoğunluğuna göre değişimi ise;

$$G(n) = G_r + G_n \cdot \Delta n \quad (3.17)$$

ile tanımlanmıştır. Değerlerin $\Omega = \Omega_r$; $\mathbf{n} = \mathbf{n}_r$, $\mathbf{x} = \mathbf{x}_p$ ve $\omega_r = \Omega_r$ olması durumunda

$$\mathbf{G}_r = \Gamma_\theta - 2\kappa \quad (3.18)$$

şeklinde basit hale gelir. Eşitlik (3.13,14 ve 16,17) kullanılarak ifade

$$\eta_x \cdot \Delta x = \left(\frac{\eta_{eff}}{\omega_r \tau} \right) \{ \beta [R \cos(\Delta \omega \cdot \tau) - \sin(\Delta \omega \cdot \tau) - R] - \Delta \omega - \tau \}$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki β ve $\mathbf{R}$

$$\beta = aL_R / L_D \quad R = 2\omega_r \eta_n / \eta_r G_n \quad (3.20)$$

olarak tanımlanmıştır. Lazer osilasyon frekansındaki değişme ise

$$\frac{d\Omega}{d\chi} = - \frac{\eta_\chi \omega_r}{\eta_{eff}} \left/ \{ 1 + \beta [\cos(\Delta \omega \cdot \tau) + R \sin(\Delta \omega \cdot \tau)] \} \right. \quad (3.21)$$

ile verilmiştir. Kompleks alan genliği ve faz değişimi

$$\dot{e}(t) = -\kappa E_0 \sin(\Omega \tau) \Delta_\tau \varphi - \kappa \cos(\Omega \tau) \Delta_\tau \varphi e + \frac{1}{2} G_n E_0 \delta n \quad (3.22)$$

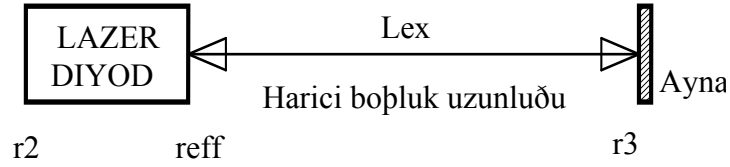
$$\dot{\varphi}(t) = \kappa \sin(\Omega \tau) \Delta_{\tau} e / E_0 - \kappa \cos(\Omega \tau) \Delta_{\tau} \varphi - \left(\omega_r / \eta_r \right) \left(\eta_n \cdot \delta n + \eta_{\Omega} \nu \right) \quad (3.23)$$

$$\Delta_{\tau} \varphi = \varphi(t) - \varphi(t - \tau) \text{ ve } \Delta_{\tau} e = e(t) - e(t - \tau) \quad (3.24)$$

şeklinde yazılabilir. İfadedeki e , alan genliğinin gerçek kısmı ve E_0 ise sukunet halindeki çözümden bulunan alanın değeridir. Bu düzenlemeler R.Lang ve K. Kobayashi tarafından yapılmış ve aynı adla anılmaktadır [30]. Geribesleme durumları, ise $\mathbf{r}_3 \ll \mathbf{r}_2$ yada $\mathbf{r}_2 \ll \mathbf{r}_3$ durumunu veya yüzey geribeslemesi $\mathbf{f}_{\text{ext}} \leq 10^{-4}$ durumunda zayıf geribesleme, diğer durumlarda ise kuvvetli geribesleme olarak değerlendirilir.

3.2. Zayıf Geribesleme Yaklaşımı (Weak Feedback)

Genelleştirilmiş geribesleme için standart hale getirilmiş ifadeler zayıf geribesleme modelinde tanımlanmıştır. Şekil 3.2 de kabul edilen geribesleme şekli görülmektedir. Sistemde geribesleme için basit bir düz ayna kullanılmıştır [48-51].



Şekil.3.2 Zayıf geribeslemeli lazer diyod modeli.

Ayna lazer diyodtan L_{ex} kadar uzaklığa yerleştirilmiştir. Geribesleme elemanının kompleks yansıtma sabiti,

$$r_3 \exp[-i \phi_3(\omega)] \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilmiştir [46]. Harici boşluğun bir tur zamanı ise

$$\tau_L \equiv (2 L_{\text{ex}} / c) \quad (3.26)$$

olarak yazılabilir. Harici boşluk terimleri ifadelere ilave edilerek toplam kayıplar

$$\Gamma_{ex}(\omega) \cong \frac{2}{\tau_d} \ln \left[1 + \frac{r_3}{r_2} e^{i(\omega\tau_L + \phi_3)} (1 - r_2^2) \right] \cong -\frac{2\pi}{\tau_d F_d} r_3 \exp(-i(\omega\tau_L + \phi_3)) \quad (3.27)$$

şeklinde düzenlenmiştir [47,51-53]. Buradaki F_d , aktif bölge kalınlığı olarak alınmış ve

$$F_d \equiv ((r_2\pi)/(1 - r_2^2)) \quad (3.28)$$

ile ifade edilmiştir. Harici optik geribesleme sisteminde $\mathbf{S(t)}$, foton yoğunluğu $\mathbf{n(t)}$, taşıyıcı yoğunluğu $\mathbf{\phi(t)}$, fazı ve $\mathbf{E(t)}$ alan ifadesini tanımlamak üzere;

$$\frac{d}{dt} S(t) = \left[g(n(t) - n_0)(1 - \epsilon S(t)) - \frac{1}{\tau_p} \right] S(t) + \frac{\beta n(t)}{\tau_e} + 2k_c \sqrt{S(t)S(t-\tau)} \cos[\omega_0\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)] \quad (3.29)$$

$$\frac{d}{dt} n(t) = \frac{I}{eV} - \frac{n(t)}{\tau_e} - g(n(t) - n_0)[1 - \epsilon S(t)]S(t) \quad (3.30)$$

$$\frac{d}{dt} \phi(t) = \frac{\alpha g(n(t) - n_{th})}{2} - 2k_c \frac{\sqrt{S(t-\tau)}}{S(t)} \sin[\omega_0\tau + \phi(t) - \phi(t-\tau)] \quad (3.31)$$

$$\frac{d}{dt} E(t) = \left\{ j\omega(n) + \frac{1}{2} \left[G(n, E_0^2) - \frac{1}{\tau_p} \right] \right\} E(t) + k_c E(t-\tau) \quad (3.32)$$

şeklinde yazılabilir. Burada;

$$k_c = \frac{1}{\tau_d} \frac{1 - R_2}{\sqrt{R_2}} \sqrt{R_{ext}} \quad (3.33)$$

$$R_{ext} = R_3 \eta_c^2 \exp(-2\alpha f_{L_{ext}}) \quad (3.34)$$

$$G(n, E_0^2) = g(n - n_0)(1 - \epsilon E_0^2) \quad (3.35)$$

$$\omega(n) = \omega_0 + \alpha g(n - n_{th})/2 \quad (3.36)$$

$$E(t) = E_0(t) \exp[j(\omega_0 t + \phi(t))] \quad (3.37)$$

$$S(t+\tau) = S(t) + \left[\frac{g_0(n(t)-n_0)L_c}{1+\varepsilon S} - \alpha_c L_D \right] S(t) \quad (3.38)$$

şeklinde elde edilmiştir [54-57]. İfadelerdeki ω_0 , geribeslemesiz açısal frekans g , differansiyel kazanç sabiti n_0 , eşik noktasındaki taşıyıcı yoğunluğu α , çizgi genişliği iyileştirme sabiti b , kendiliğinden ışıma sabiti k_c , geribesleme sabiti ve ε kazanç doyum sabiti olarak alınmıştır [48].

Artan ilave kazançdan dolayı frekans değişimi,

$$\Delta\omega \equiv \omega_0 - \omega_s \quad (3.39)$$

$$\Delta\omega \cong -\left[\pi\sqrt{1+\alpha^2}/F_d\tau_d\right]r_3\sin(\omega_0\tau_L + \phi_3 + \tan^{-1}\alpha) \quad (3.40)$$

$$\Delta G(\omega) \equiv G_0 - G_s \cong -\frac{2\pi}{F_d\tau_d}r_3\cos(\omega_0\tau_L + \phi_3) \quad (3.41)$$

ile verilmiştir [58-63]. Etkin yüzey yansıtma sabiti

$$r_{eff} = r_2 \frac{1+r_3/r_2 e^{-i\omega\tau_L}}{1+r_2 r_3 e^{-i\omega\tau_L}} \quad (3.42)$$

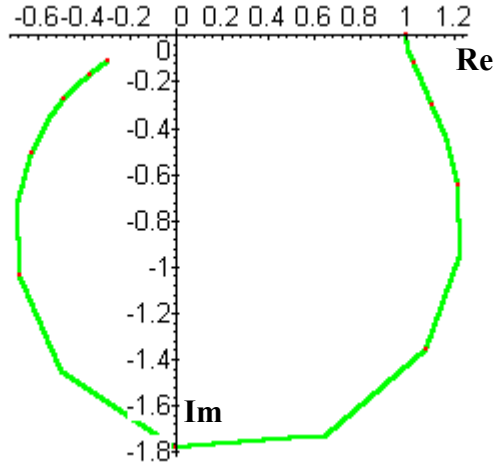
ile verilmiştir [64-68].

3.3. Zayıf Geribeslemede Lazer Diyodun Transfer Fonksiyonu

Lazer diyodun modülasyon durumundaki dinamik yapıdaki transfer fonksiyonu

$$H(j\omega_m)_D = \frac{1}{\left(j\frac{\omega_m}{\omega_r}\right)^2 + \frac{j\omega_m}{\omega_d} + 1} \quad (3.43)$$

şeklinde ifade edilmiştir [23]. Şekil. 3.3 de transfer fonksiyonun Nyquist eğrisi

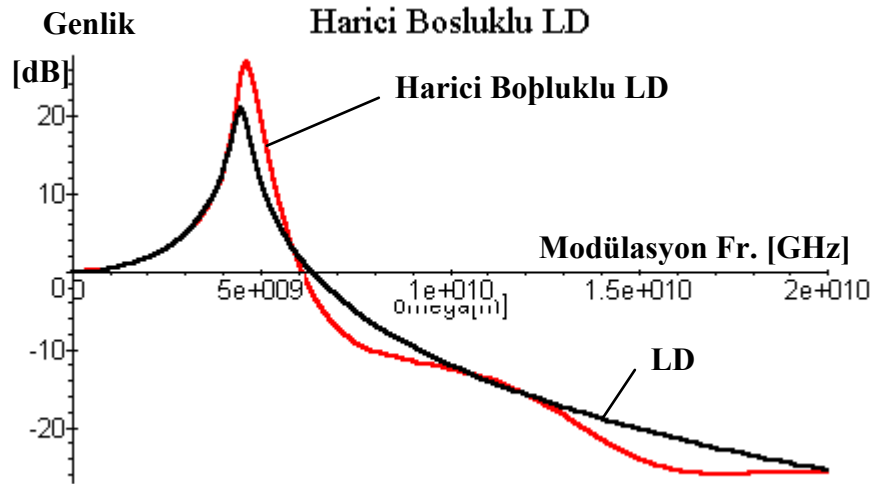


Şekil.3.3 $H(j\omega_m)$ nın Nyquist eğrisi.

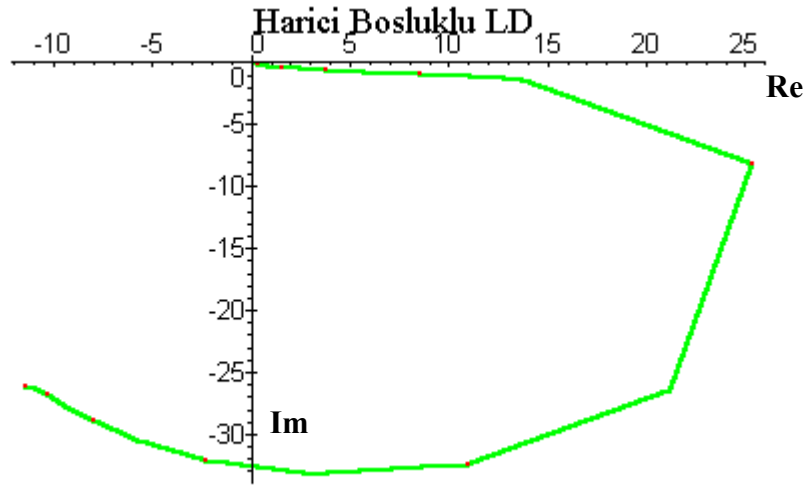
görülmektedir. Harici boşluklu lazer diyodun küçük işaret eşitliklerinden çıkarılmış dinamik transfer fonksiyonu

$$TF(j\omega_m)_{HD} = (1 - K(j\omega_m)) \frac{H(j\omega_m)}{1 - K(j\omega_m)H(j\omega_m)} \quad (3.44)$$

şeklinde verilmiş ve Şekil.3.4 de eğrisi görülmektedir [21].



Şekil.3.4 $TF(j\omega_m)$ ve $H(j\omega_m)$ transfer fonksiyonun eğrileri.

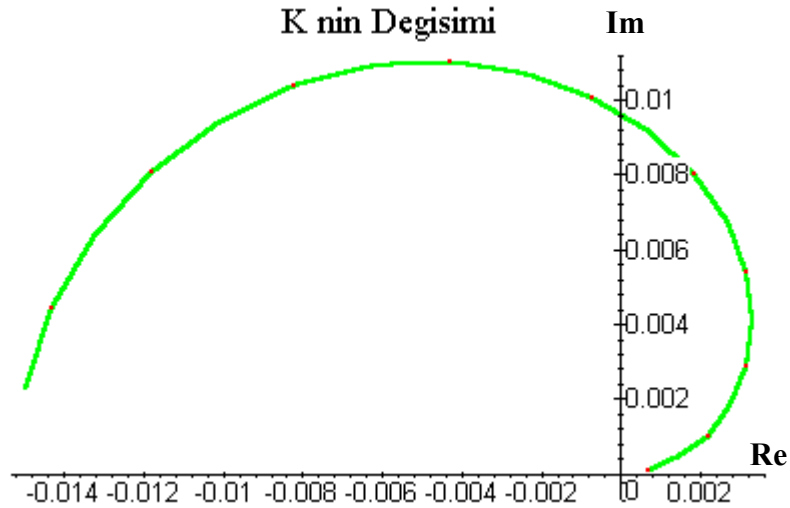


Şekil.3.5 $TF(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.

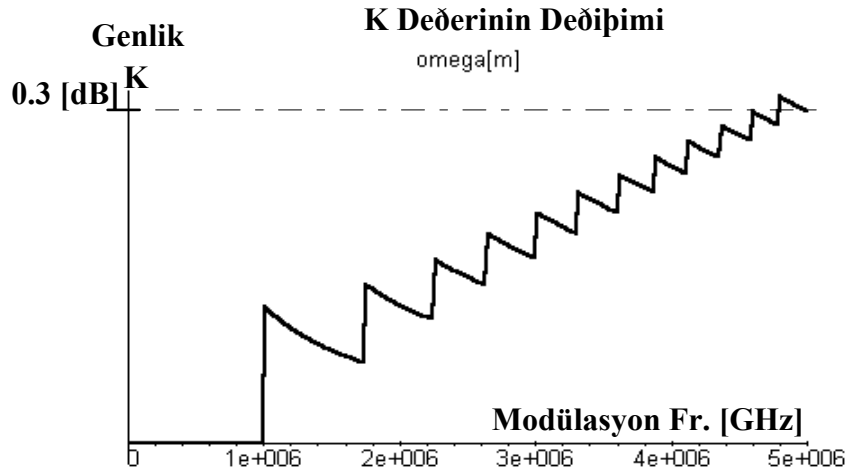
Denklem (3.44) deki geribesleme transfer fonksiyonu

$$K(j\omega_m) = j \frac{\kappa_c \sqrt{1 + \alpha^2}}{\omega_m} (1 - \exp(-j\omega_m)) \quad (3.45)$$

ile ifade edilmiştir. Geribesleme transfer fonksiyonunun Şekil.3.6 da Nyquist eğrisi . Şekil.3.7 de ise modülasyon frekansına göre değişimi görülmektedir [21,23].



Şekil.3.6 $K(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun modülasyon altındaki Nyquist cevabı.



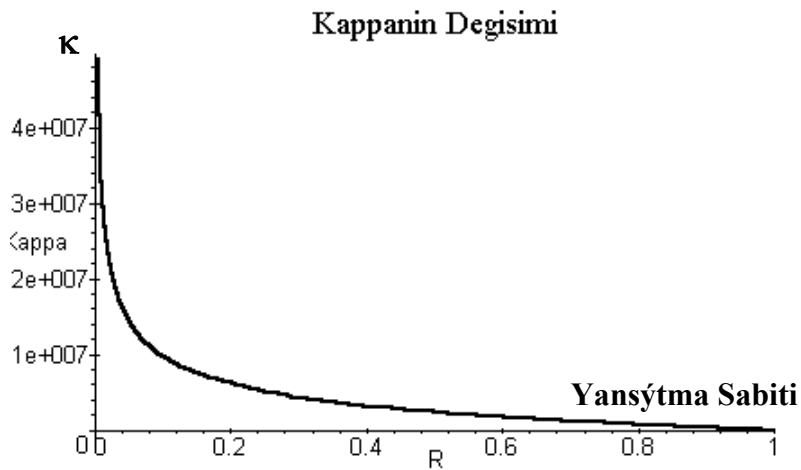
Şekil.3.7 $K(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun değişimi.

Geribesleme sabiti ise

$$\kappa_c = \frac{2|C|}{\tau_L} \sqrt{f_{ext}} \quad (3.46)$$

$$|C| = \frac{1-R}{2\sqrt{R}} \quad (3.47)$$

ile verilmiş ve Şekil.3.8 de ise ayna yansıtma sabitine göre değişimi görülmektedir.

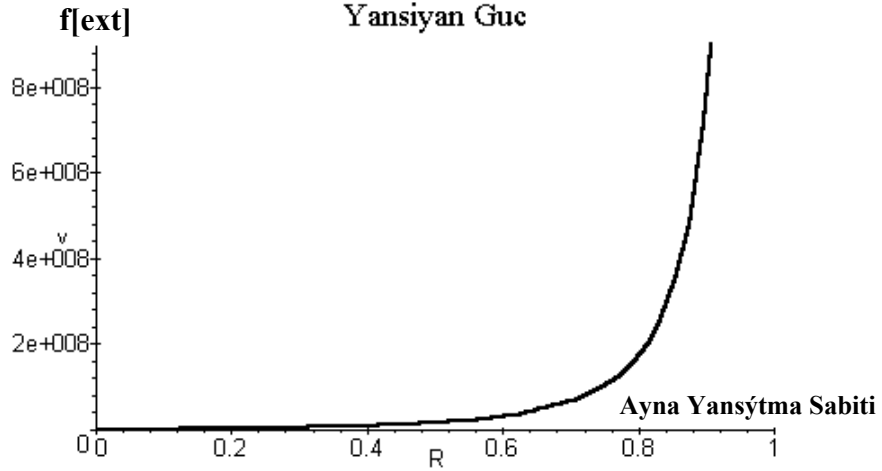


Şekil.3.8 Kappanın R ye bağlı değişimi.

Yansıyan güç ise

$$f_{ext} = \frac{P_{ext}}{P_0} \quad (3.48)$$

ile ifade edilmiş ve Şekil.3.9 da yine ayna yansıtma sabitine göre değişim eğrisi görülmektedir.



Şekil.3.9 Yansıyan gücün eğrisi.

İfadelerde geçen açılal sönüm osilasyon (damping) frekansı

$$\omega_d = \frac{\omega_r^2}{\frac{\gamma}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_n}} \cong \frac{\omega_r^2 \tau_{ph}}{\gamma} \quad (3.49)$$

ile ifade edilmiştir [23].

Kiritik geribesleme durumunda κ_c ;

$$\kappa_c|_{k_{yritik}} = \frac{\omega_r^2}{2\omega_d} \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \quad (3.50)$$

ile tanımlanmıştır. İfade çizgi iyileştirme sabitine bağlı olarak

$$\kappa_c = \frac{\sqrt{1+\alpha^2}}{\alpha^2} \quad (3.51)$$

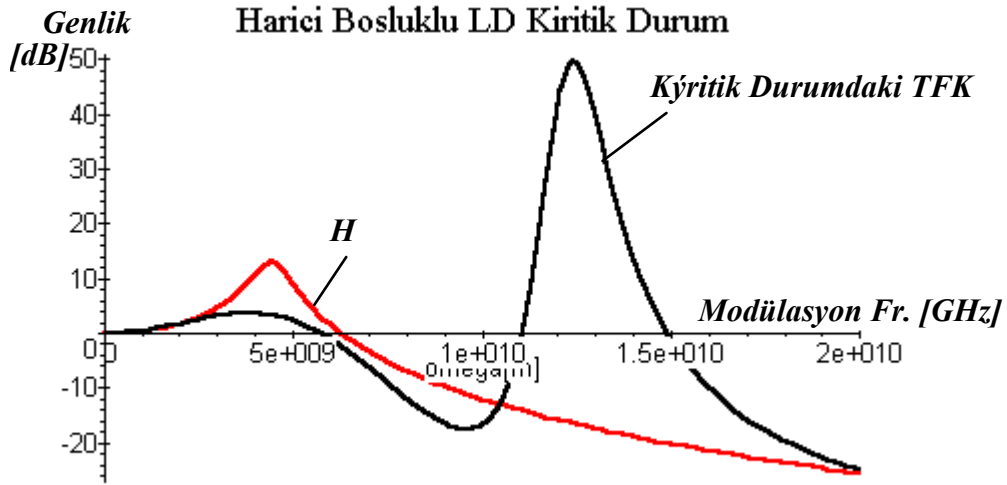
şeklinde düzenlenebilir. Kiritik durumdaki güç yansıması ise,

$$f_{ext}|_{kiritik} = \frac{\tau_L \omega_r^4}{16|C|^2 \omega_d^2 (1 + \alpha^2)} \quad (3.52)$$

ile ifade edilebilir. Çizgi iyileştirme sabitine bağlı olarak yapılan düzenleme sonucu ise

$$f_{ext}|_{kiritik} = \frac{\tau_L \omega_r^4}{16|C|^2 \omega_d^2 (1 + \alpha^2)} \left(\frac{1 + \alpha^2}{\alpha^2} \right) \quad (3.53)$$

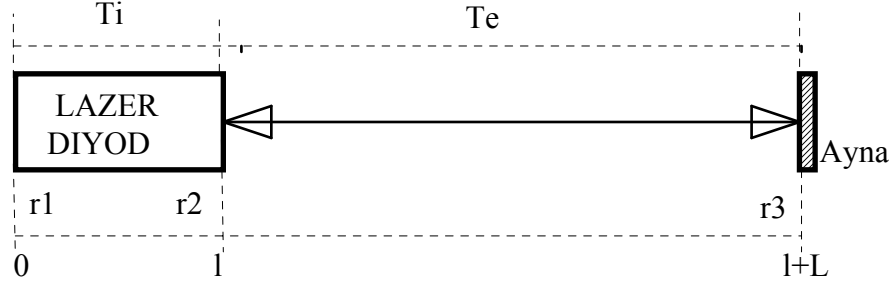
şeklinde elde edilmiştir [23]. Şekil.3.10 da kiritik durumdaki geri beslemenin etkisi görülmektedir.



Şekil.3.10 TFK ve $H(j\omega_m)$ transfer fonksiyonunun kiritik durumdaki eğrisi.

3.4. Kuvvetli Geribesleme (Strong Feedback)

Kuvvetli geribesleme için Şekil 3.11 de kabul edilen modeli görülmektedir. Modelde geribesleme için basit bir düz ayna kullanılmıştır. Bu modelde, zayıf geribesleme ifadelerinde düzenleme yapılarak model denklemleri elde edilir.



Şekil. 3.11 Kuvvetli geribeslemeli lazer diyod modeli.

Kuvvetli geribeslemede harici boşluklu lazer diyodun kompleks alanı $\beta(t)$

$$\frac{d\beta(t)}{dt} = \left[-i\omega_0 + \frac{1}{2}(1-i\alpha)G_N(N-N_{th}) + \frac{1}{T_i} \ln\left(\frac{r_{eff}(t)}{r_3}\right) \right] \beta(t) \quad (3.54)$$

şeklinde ifade edilebilir ve T_i , lazer diyod geçiş zamanı T_e , harici boşluğun geçiş zamanı α , çizgi iyileştirme sabiti G_N , fark kazanç N , taşıyıcı yoğunluğu N_{th} , eşik taşıyıcı yoğunluğu r_1 , r_2 ve r_3 , ayna yansıtma sabitleri ve ω_0 rezonans frekansı olarak tanımlanmıştır. Lazer diyodun ayna kayıpları $1/T_i \ln(r_1 r_2)$ ve harici boşluk ile oluşan ilave ayna kayıpları $1/T_i \ln(r_1 r_{eff}(t))$ olarak tanımlanmıştır. Harici boşluk ayna yansıtma sabiti zamanla değiştiği kabul edilmiştir. Harici boşluktan dolayı oluşan ayna kayıpları, ilave edilerek toplam kayıplar $1/T_i \ln(r_{eff}(t)/r_2)$ şeklinde tanımlanmıştır [22]. Zamana bağlı olarak değişen harici boşluğun etkin yansıtma sabiti

$$r_{eff} = r_2 - (1-r_2^2)r_3 \sum_{m=1}^{\infty} (r_2 r_3)^{m-1} \frac{E(t-mT_e)}{E(t)} \exp\{i[m\omega T_e + \phi(t)] - \phi(t-mT_e)\} \quad (3.55)$$

ile ifade edilmiştir. İfadedeki alan geçikme terimi

$$\frac{E(t-mT_e)}{E(t)} \approx 1 - \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} mT_e \approx \exp\left[-\frac{\dot{E}(t)}{E(t)} mT_e\right] \quad (3.56)$$

şeklinde tanımlanmış olup ve faz ise

$$\phi(t) - \phi(t-mT_e) \approx \dot{\phi}(t) mT_e \quad (3.57)$$

ile verilebilir. Çok yansımali durumda

$$\frac{r_{eff}}{r_2} = r_2 - (1 - r_2^2) \frac{r_3}{r_2} \sum_{m=1}^{\infty} (r_2 r_3)^{m-1} \exp \left\{ i \left[\omega + \dot{\phi} + i \frac{\dot{E}}{E} \right] (m T_e) \right\} \quad (3.58)$$

ile ifade edilebilir [19,21]. Bu ifade basitleştirilirse

$$\frac{r_{eff}}{r_2} = \frac{1 - r_2^2 \exp \left\{ i \left[\varphi + \left(\dot{\phi} + i \frac{\dot{E}}{E} \right) T_e \right] \right\}}{1 - r_2 r_3 \exp \left\{ i \left[\varphi + \left(\dot{\phi} + i \frac{\dot{E}}{E} \right) T_e \right] \right\}} \quad (3.59)$$

$\varphi \equiv \omega T_e$ şeklinde verilmiştir. Eşitlik (3.59) ifadesindeki sukunet halindeki ve zamana bağlı terimler ayrılırsa

$$\ln \left(\frac{r_{eff}}{r_2} \right) = A_0 + B_0 + (A_1 + i B_1) \left(\dot{\phi}(t) + i \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} \right) T_e \quad (3.60)$$

yazılabilir. İfadede kullanılan terimler

$$A_0 = \ln \left| \frac{r_{eff}}{r_2} \right| = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 - 2 \frac{r_3}{r_2} \cos \varphi + \left(\frac{r_3}{r_2} \right)^2}{1 - 2 r_2 r_3 \cos \varphi + (r_2 r_3)^2} \right] \quad (3.61)$$

$$B_0 = \arg \left[\frac{r_{eff}}{r_2} \right] = \arctan \left[\frac{r_3 (1 - r_2^2) \sin \varphi}{r_3 (1 + r_2^2) \cos \varphi - r_2 (1 + r_3^2)} \right] \quad (3.62)$$

$$A_1 = \frac{d}{d\varphi} \ln \left[\frac{r_{eff}(\varphi)}{r_3} \right] = \frac{1}{T_e} \frac{dA_0}{d\omega} \quad (3.63)$$

$$B_1 = \frac{d}{d\varphi} \ln \left[\frac{r_{eff}(\varphi)}{r_3} \right] = \frac{1}{T_e} \frac{dB_0}{d\omega} \quad (3.64)$$

şeklinde verilmiştir [22]. Eşitlik (3.60), eşitlik (3.54) de kullanılarak elde edilen ifadenin gerçek ve sanal kısımları ayrıştırıldığında alan ($\mathbf{E}(\mathbf{t})$) ve faz ($\phi(\mathbf{t})$) için birinci dereceden lineer oran eşitlikleri elde edilir. Standart taşıyıcı yoğunluğu ifadesi ($\mathbf{N}(\mathbf{t})$) bu kriterle birleştirildiğinde

$$\begin{aligned} \left[1 + \frac{T_e}{T_i} B_1\right] \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} - \frac{T_e}{T_i} A_1 \dot{\phi}(t) &= \frac{1}{2} G_N (N - N_{st}) + \frac{1}{T_i} A_0 \left[1 + \frac{T_e}{T_i} B_1\right] \dot{\phi}(t) + \frac{T_e}{T_i} A_1 \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} \\ &= (\omega_0 - \omega) + \frac{\alpha}{2} G_N (N - N_{st}) - \frac{1}{T_i} B_0 \end{aligned} \quad (3.65)$$

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N(t)}{T_s} - G_N (N - N_0) E^2 \quad (3.66)$$

elde edilir. Kompunt boşluklu lazer diyodun kazanç değişimi

$$\Delta G = G_N (N - N_{th}) = -\frac{2}{T_i} A_0 \quad (3.67)$$

$$\Delta G = G_N (N - N_{th}) = \frac{2}{\alpha} \left(\omega - \omega_0 + \frac{1}{T_i} B_0 \right) \quad (3.68)$$

ile verilmiş ve ΔG , kazanç değişimi olarak tanımlanmıştır. Geribesleme terimlerindeki ω , osilasyon frekansı ve diyod rezonans frekansı ω_0

$$\omega_0 = \omega + \frac{1}{T_i} (\alpha A_0 + \dot{B}_0) \quad (3.69)$$

şeklinde verilebilir. Sönüm sabiti,

$$z = \frac{1}{2T_R} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{T_R}\right)^2 + \frac{-G_N^2 (N_{st} - N_0) E_{st}^2}{\left(1 + \frac{T_e}{T_i} B_1\right)^2 + \left(\frac{T_e}{T_i} A_1\right)^2} \left[1 + \frac{T_e}{T_i} (\alpha A_1 + B_1)\right]} \quad (3.70)$$

ile ifade edilebilir. İfadedeki T_R

$$\frac{1}{T_R} = \frac{1}{T_s} + G_N E_{st}^2 \quad (3.71)$$

şeklinde verilmiş G_N , fark kazanç sabiti E_{st} , harici boşluğun sukunet durumundaki alanıdır. Dinamik kararlılık fonksiyonu F

$$F \equiv 1 + \frac{T_e}{T_i} (\alpha A_1 + B_1) = 1 + \frac{T_e}{T_i} \left[\alpha \frac{d}{d\omega} \ln \left(\left| \frac{r_{eff}(\omega)}{r_2} \right| \right) + \frac{d}{d\omega} \arg \left(\frac{r_{eff}(\omega)}{r_2} \right) \right] \quad (3.72)$$

ile tanımlıdır. Kararlılık şartı, $F > 0$ olduğu zaman mod kararlı ve $0 > F$ durumunda ise mod kararsızdır. Etkin yüzey kayıplarının etkisiyle lazer diyodun içinde oluşan faz değişimi,

$$F(\varphi) = 1 + \left(\frac{T_e}{T_i} \right) \left[\frac{r_3^2(1-r_2^4) - r_2 r_3(1-r_2^2)(1+r_3^2) \cos(\varphi) + \alpha r_2 r_3(1-r_2^2)(1-r_3^2) \sin(\varphi)}{r_2^2(1+r_3^4) + r_3^2(1+r_2^4) - 2r_2 r_3(1+r_2^2)(1+r_3^2) \cos(\varphi) + 4r_2^2 r_3^2 \cos(\varphi)^2} \right] \quad (3.73)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Kararsız eşik durumunda, zayıf geribesleme için $r_3 \ll r_2$ veya zayıf yüzey geribeslemesi için $r_2 \ll r_3$ geçerlidir. Fazın $\varphi_{\min} = \tan^{-1}(-\alpha)$ durumu için

$$F_{\min} \approx 1 + x \frac{T_e}{T_i} \sqrt{1 + \alpha^2} \quad (3.74)$$

ile ifade edilebilir. İfadedeki $x = r_3/r_2$ zayıf harici geribesleme, $x = r_2/r_3$ zayıf yüzey geribeslemesi için geçerlidir. Genel durum için

$$F(\varphi) = 1 + T_e/T_i N(\varphi)/D(\varphi) \quad (3.75)$$

yazılabilir. İfadedeki $N(\varphi)$ ve $D(\varphi)$ eşitlik (3.73) faz ifadesinin pay ve paydasını temsil etmektedir. Uzun harici boşluk $T_e \gg T_i$ durumunda ise kararlılık sınır durumu $N(\varphi)=0$ ve $dN(\varphi)/d\varphi=0$ dır. Bu durumda F nin minimum değeri için $\varphi_{\min}$

$$\tan(\varphi_{\min}) = -\alpha \frac{(1-r_3^2)}{(1+r_3^2)} \quad (3.76)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kararsız eşik durumunda $F(\varphi_{\min})=0$ ve $r_2 = r_3$ olduğu zaman

$$\frac{r_{2^*}}{(1+r_{2^*}^2)} = \frac{r_3}{\sqrt{\alpha^2 \frac{(1-r_3^2)}{(1+r_3^2)} + 1}} \quad (3.77)$$

ile ifade edilmiştir [22]. Yukarıdaki ifadelerdende görüleceği gibi kararlılık için, fazın durumu, yüzey yansıtma sabitleri ve çizgi iyileştirme sabiti büyük önem arz etmektedir.

BÖLÜM IV

LİNEER OLMAYAN SİSTEMLERİN VOLTERRA SERİLERİYLE ANALİZİ

4.1.Volterra Serisiyle Sistemin Tanımlanması

Bu analitik yaklaşımda bütün fonksiyonların sürekli olduğu kabulü yapılarak, genel form için bir $G[x]$ fonksiyonu

$$G[X] = \sum_{n=0}^{\infty} F_n[X] \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanmıştır. İfadede $F_n[X]$ düzenli ve homojen fonksiyon formundadır. Bu form;

$$F_n[X] = \int_a^b \dots \int_a^b h_n(\xi_1, \dots, \xi_n) x(\xi_1) x(\xi_2) \dots x(\xi_n) d\xi_1 \dots d\xi_n \quad (4.2)$$

şeklinde olup ifadede kullanılan n indisi ise fonksiyonun derecesidir. Bu seri **Volterra fonksiyonel serisi** olarak adlandırılmaktadır [70-74].

Norbert Wiener, fonksiyonel seri açılımını ilk defa nonlinear sistem analizinde kullanmıştır [74]. Bir nonlinear sistemin çıkışı $y(t)$ ve girişi $x(t)$ olarak tanımlandığında çıkışın fonksiyonel volterra açılımı

$$\begin{aligned}
y(t) = & k_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) x(t-\tau_1) d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \\
& + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) x(t-\tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
& + \dots \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n + \dots \quad (4.3)
\end{aligned}$$

ile verilir [75]. Eşitlik (4.3) deki $h_n(\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n)$ çekirdeklerin n. kattan nonlinear impuls cevabı olarak adlandırılmıştır. Çekirdeklerin n. kattan dönüşümleri ise n. mertebeden çekirdeklerin transfer fonksiyonu olarak alınmıştır Bu çekirdeklerin dönüşümleri ise

$$H_n(f_1, f_2, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \exp[-j2\pi(f_1\tau_1 + f_2\tau_2 + \dots + f_n\tau_n)] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (4.4)$$

şeklinde yazılabilir. n. kattan nonlinear transfer fonksiyonun fourier dönüşümü

$$h_n(f_1, f_2, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \exp[-j2\pi(f_1\tau_1 + f_2\tau_2 + \dots + f_n\tau_n)] d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (4.5)$$

ile ifade edilir [76,77]. Giriş-çıkış arasındaki ilişki ise;

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (4.6)$$

ile tanımlıdır. Buradan $y_n(t)$

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (4.7)$$

n. kattan çıkışın nonlinear parçalarıdır. Eşitlik (4.7) nin sağ tarafının fourier dönüşümü

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n X(f_i) \exp(j2\pi f_i t) df_i \quad (4.8)$$

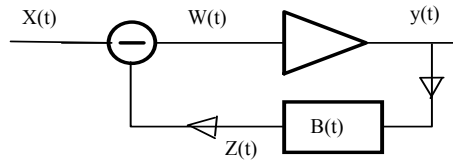
şeklinde ifade edilmiştir [78,79]. Çıkış spektrumun n. kattan dönüşümü ise

$$Y_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \delta(f_1, \dots, f_n) \prod_{i=1}^n X(f_i) df_i \quad (4.9)$$

şeklinde verilmiştir [78,79].

4.2. Nonlinear Sistem Analizi

$x(t)$ giriş, $y(t)$ çıkış olmak üzere Şekil.4.1 deki geribeslemeli nonlinear bir sistemin genel çıkış formu



Şekil. 4.1 Nonlinear geribeslemeli sistem.

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} du_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} du_n g_n(u_1, \dots, u_n) \prod_{r=1}^n x(t - u_r) \quad (4.10)$$

ile ifade edilebilir [80-83]. Burada çekirdekler $g_n(u_1, \dots, u_n)$ ile tanımlanmıştır. Çekirdeklerin n. kattan dönüşümü ise,

$$G_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} du_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} du_n g_n(u_1, \dots, u_n) \exp[-j(\omega_1 u_1 + \dots + \omega_n u_n)] \quad (4.11)$$

ile tarif edilmiştir [84,85]. Sistemin $x(t)$ girişine uygulanan işaretler saf sinüs, gaussian gürültüsü, sinüs işareti ile beraber gaussian gürültüsü ve rastgele puls gürültüsü şeklinde olabilmektedir. Bu duruma göre giriş $x(t) = P \cos pt$ ise, seri açılımı

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=0}^n \left(\frac{P}{2} \right)^n \frac{\exp[j(2k-n)pt]}{k!(n-k)!} G_{k,n-k}(f_p) \quad (4.12)$$

şeklinde verilebilir ve $\mathbf{p} = 2\pi \mathbf{f}_p$ dir [86-89].

Çıkışın genel açılımı ise,

$$y(t) = \left[\frac{P^2}{4} G_2(f_p, \dots, -f_p) + \dots \right] + e^{jpt} \left[\frac{P}{2} G_1(f_p) + \frac{P^3}{16} G_3(f_p, f_p, -f_p) + \dots \right]$$

$$\begin{aligned}
& + e^{j2pt} \left[\frac{P^2}{8} G_2(f_p, f_p) + \dots \right] + e^{j3pt} \left[\frac{P^3}{48} G_3(f_p, f_p, f_p) + \dots \right] + \dots \\
& e^{-jpt} \left[\frac{P}{2} G_1(f_p) + \frac{P^3}{16} G_3(-f_p, -f_p, f_p) + \dots \right] \\
& + e^{-j2pt} \left[\frac{P^2}{8} G_2(-f_p, -f_p) + \dots \right] + e^{-j3pt} \left[\frac{P^3}{48} G_3(-f_p, -f_p, -f_p) + \dots \right] + \dots \quad (4.13)
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilmiştir [90,91]. Eşitlik (4.12) de $pt \rightarrow (pt + \phi)$ şeklinde ise giriş $x(t) = P \cos(pt + \phi)$ şekline dönüşür. Eğer giriş $x(t) = P \cos pt + Q \cos qt$ tipinde ise seri $N \geq 0$ ve $M \geq 0$ için $\exp[j(N_p + M_q)t]$ şekline dönüşür. İfadenin seri açılımı

$$e^{j(N_p + M_q)t} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{P}{2}\right)^{2l+N} \left(\frac{Q}{2}\right)^{2k+M}}{(N+l)! l! (M+k)! k!} G_{N+l, l; M+k, k}(f_p, f_q) \quad (4.14)$$

ile tanımlanmıştır [92,93]. Çıkışın düşük dereceden parçaları

$$\begin{aligned}
y(t) &= \left[\frac{P^2}{4} G_2(f_p, -f_p) + \frac{Q^2}{4} G_2(f_q, -f_q) \right] \\
& e^{jpt} \left[\frac{P}{2} G_1(f_p) + \frac{P^3}{16} G_3(f_p, f_p, -f_p) + \frac{PQ^2}{8} G_3(f_p, f_q, -f_q) \right] \\
& e^{j2pt} \left[\frac{P^2}{8} G_2(f_p, f_p) \right] e^{j(p+q)t} \left[\frac{QP}{4} G_2(f_p, f_q) \right] \\
& e^{j(2p+q)t} \left[\frac{QP^2}{16} G_3(f_p, f_p, f_q) \right] \quad (4.15)
\end{aligned}$$

ile düzenlenmiştir ve $q=2p$ şeklinde ifade edilebiliyor ise $\mathbf{x}(t)$, $x(t) = P \cos pt + Q \cos 2p2t$ 'ye dönüşür ve $(2p-q)$, $(-2p+q)$ terimleri konjugate şeklinde ifade edilir. Bu durumda yeni dc parçalar

$$\left[\frac{P^2}{4} G_2(f_p, -f_p) + \frac{Q^2}{4} G_2(2f_q, -2f_q) \right] + \left[\frac{P^2 Q}{16} G_3(f_p, f_p, -2f_p) + \frac{P Q^2}{8} G_3(-f_p, -f_p, 2f_p) \right] \quad (4.16)$$

şeklinde bulunur. Bu ifadeler çıkış ifadelerine ilave edilir [94-97].

4.3. Darband Lazer İşaretinin Nonlinear Tepkisi

Haberleşme sistemlerinde kullanılan işaretlerin band genişliği sınırlaması bulunmaktadır. Optik haberleşme sistemlerinde kaynak olarak kullanılan ışık kaynağının durumu, bu sistemler için büyük önem arz etmektedir. Haberleşme sistemlerinde, işaret kaynağı olarak lazer kullanıldığında, kaynağın darband veya tek mod oluşu büyük önem arz etmektedir. Darband işaretin lineer sistemlerdeki girişi

$$x(t) = \sum_{k=1}^K x_k(t) \quad (4.17)$$

şeklinde ifade edilebilir [98-100]. Burada kullanılan K darband işaretin harmoniklerinin toplamıdır [101,102]. Yavaş değişen darband işareti

$$x_k(t) = \frac{1}{2} [z_k(t) \exp(j2\pi v_k t) + z_k^*(t) \exp(-j2\pi v_k t)] \quad (4.18)$$

ile verilmiştir. Burada V_k , taşıyıcı işaretin merkez frekansıdır [103,104]. Yavaş değişen işaretin alçak geçiren cosinüs ve sinüs parçaları $C_k(t)$ ve $S_k(t)$, kompleks zarfı $Z_k(t)$ olmak üzere

$$z_k(t) = c_k(t) + j s_k(t) \quad (4.19)$$

$$x_k(t) = C_k(t) \cos 2\pi v_k t - S_k(t) \sin 2\pi v_k t \quad (4.20)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Bu tanımlama standart tanımlamadır. İfadede $x_k(t)$ için

$$x_k(t) = \text{Re}\{z_k(t) \exp(j2\pi v_k t)\} \quad (4.21)$$

denklem (4.18)' in gerçek kısmı alınarak yazılmıştır. $x_k(t)$ 'nin spektrumu ise

$$X_k(f) = \frac{1}{2} [Z_k(f - v_k) + Z_k^*(-f - v_k)] \quad (4.22)$$

şeklinde yazılabilir. Eşitlikteki Z_k ve z_k ifadeleri ise,

$$Z_k(f) = \int_{-\infty}^{\infty} z_k(t) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (4.23)$$

$$z_k(f) = \int_{-\infty}^{\infty} Z_k(t) \exp(j2\pi ft) dt \quad (4.24)$$

ile verilebilir. Bu ifadelere dc terimler ilave edilmemiştir. Bu durumda giriş spekturumu

$$Z(f) = \frac{1}{2} \sum_{-K}^K Z_k(f - v_k) \quad (4.25)$$

şeklinde olur. Sistemin girişi

$$x(t) = \frac{1}{2} \sum_{-K}^K z_k(t) \exp(j2\pi v_k t) \quad (4.26)$$

ile verilmiş ise, nonlinear sistemin çıkışı

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (4.27)$$

formundadır. n . kattan çıkışı veren Volterra serisi ise;

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \prod_{i=1}^n X(f_i) \exp(j2\pi f_i t) df_i \quad (4.28)$$

ile tanımlanmıştır. Denklem (4.18) de görülen n . girişin spektrası $\prod_{i=1}^n X(f_i)$;

$$\prod_{i=1}^n X(f_i) = \frac{1}{2^n} \prod_{i=1}^n \sum_{k=-K}^K Z_k(f_i - v_k) \quad (4.29)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Fark terimleri ise ;

$$Z_{k1}(f_1 - v_{k1})Z_{k2}(f_2 - v_{k2}) \dots Z_{kn}(f_n - v_{kn}) \quad (4.30)$$

ise, $-K \dots K$ aralığında tanımlıdır. Bu durumda çıkış;

$$y_n(t) = \sum_{k_i=-K}^K \sum_{k_n=-K}^K 2^{-n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi_1, \dots, \xi_n) \prod_{i=1}^n Z_{k_i}(\xi_i - v_{k_i}) \exp(j2\pi \xi_i t) d\xi_i \quad (4.31)$$

ile tanımlandığında ve $m=1, \dots, n$ için;

$$\sum_{k_n=-K}^K m_i = n \quad (4.32)$$

alındığında,

$$y_n(t) = \sum_{k_i=-K}^K \frac{n!2^{-n}}{m_{-K}! \dots m_K!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi_1, \dots, \xi_n) \prod_{i=1}^n Z_{k_i}(\xi_i - v_{k_i}) \exp(j2\pi \xi_i t) d\xi_i \quad (4.33)$$

şeklinde düzenlenmiştir. Eşitlik (4.33) deki iki konjugate elemanın toplamı şeklinde (y_{nv}) tanımlanırsa

$$y_{nv}(t) = \text{Re} \left\{ \frac{n!2^{-n}}{m_{-K}! \dots m_K!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi_1, \dots, \xi_n) \prod_{i=1}^n Z_{k_i}(\xi_i - v_{k_i}) \exp(j2\pi \xi_i t) d\xi_i \right] \exp \left[j2\pi \sum_1^n v_{ki} t \right] \right\}. \quad (4.34)$$

elde edilir. Sonuçta

$$y_n(t) = \sum_k y_{nv}(t) \quad (4.35)$$

yazılabilir. $y_{nv}(t)$ nin frekansı ise

$$v = \sum_1^n v_{k_i} \quad (4.36)$$

ile tanımlanmıştır. Dalga şeklinin kompleks zarfı $q_{nv}(t)$ ile gösterilirse

$$y_{nv}(t) = \text{Re} \left\{ q_{nv}(t) \exp \left[j\pi \sum_1^n v_{ki} t \right] \right\} \quad (4.37)$$

elde edilir. Denklem (4.33) den kompleks zarf

$$q_{nv}(t) = q_n(t; v_{k_1}, \dots, v_{k_n}) = \frac{n! 2^{-n}}{m_{-K}! \dots m_K!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\xi_1 + v_{k_1}, \dots, \xi_n + v_{k_n}) \prod_{i=1}^n Z_{k_i}(\xi_i) \exp(j2\pi \xi_i t) d\xi_i \quad (4.38)$$

elde edilir. $y_{nv}(t)$ girişten dolayı oluşan intermodülasyon parçalarıdır. Çıkış fonksiyonu $y(t)$ 'nin frekansı v ;

$$v = \sum_{i=1}^n v_{k_i} = \sum_{k=-K}^K m_k v_{k_i} \quad (4.39)$$

ve $q_v(t)$ 'nin kompleks zarfı ise;

$$y_{nv}(t) = \text{Re}\{q_v(t) \exp(j2\pi vt)\} \quad (4.40)$$

şeklindedir. v frekansındaki $q_v(t)$;

$$q_v(t) = \sum_{v,n=1}^{\infty} q_{nv}(t) \quad (4.41)$$

ile tanımlanmıştır [105,106].

4.4. Harmonik Giriş Metodu

Bu metod probing veya harmonik balans metodu olarak bilinir. Bu metoda göre sistemlerin giriş ve çıkış olarak modellenmesi yapılabilir [105,106]. Herhangi bir $x(t)$ girişi

$$x(t) = \exp(j\omega_1 t) + \exp(j\omega_2 t) + \dots + \exp(j\omega_n t) \quad (4.42)$$

şeklinde ifade edildiğinde (bu ifadede $\omega_i = 2\pi f_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$) G_n ise;

$$G_n(f_1 \dots f_n) = [A_s \exp[j(\omega_1 \dots \omega_n)t] B_s] \quad (4.43)$$

ile tanımlıdır. Bu ifadede A_s üssel terimin sabiti ve B_s , ise $\mathbf{y}(t)$ 'nin seri açılımı olarak ifade edilmiştir. Bu duruma göre sistemin $G_1(f_1)$ ve $G_2(f_1, f_2)$ terimleri elde edilmiştir. Girişin üssel olduğu kabul edilerek bu durumdaki çıkış ifadesi ise

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \exp(j\omega_1 t) \quad (4.44)$$

ile verilmiş ve $G_1(f_1) = c_1$, $G_2(f_1, f_2) = c_{11}$, şeklinde kabul edilmiştir. Buradan

$$x(t) = \exp(j\omega_1 t) + \exp(j\omega_2 t) \quad (4.45)$$

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_k \exp[j(k\omega_1 + l\omega_2)t] \quad (4.46)$$

elde edilir ve $G_3(f_1, f_2, f_3) = c_{111}$, şeklinde düzenlenmiş olup indisler ise harmonikleri temsil etmektedir. Diğer terimlerde üç indisli olarak düzenlenirse

$$c_{000} = 0, \quad c_{110} = G_2(f_1, f_2), \quad c_{100} = G_1(f_1) \text{ ve } c_{010} = G_1(f_2) \quad (4.47)$$

şeklinde yazılabilir [107,108]. Bu metod dikkate alındığında sistemin eşitliği,

$$y(t) = x(t) + \varepsilon [x'(t)]^2 x''(t) \quad (4.48)$$

şeklinde tanımlanmışsa ve giriş $\mathbf{x}(t) = \exp(j\omega_1 t)$ alındığında $G_1(f_1) = 1$ 'i $\mathbf{x}(t) = \exp(j\omega_1 t) + \exp(j\omega_2 t)$ olduğunda ise $G_2(f_1, f_2) = 0$ elde edilir. $\mathbf{x}(t)$ üç adet üssel terimin toplamı olarak alındığında ve sabit yerine konduğunda $\exp[j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t]$ olduğu zaman G_3 'aşağıdaki gibi elde edilir.

$$G_3(f_1, f_2, f_3) = 2\varepsilon \omega_1 \omega_2 \omega_3 (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) \quad (4.49)$$

Diğer bir uygulama için aşağıdaki nonlinear denklem (4.50) dikkate alınsın

$$F\left(\frac{d}{dt}\right)y + \sum_{l=1}^{\infty} a_l y' = x(t) \quad (4.50)$$

Sistem kararlı varsayılarak $\mathbf{a}_l$ sabiti t , x ve y den bağımsızdır. Transfer fonksiyonları

$$G_1(f_1) = \frac{1}{F(j\omega_1)}$$

$$G_2(f_1, f_2) = \frac{-2a_2 G_1(f_1) G_1(f_2)}{F(j\omega_1 + j\omega_2)}$$

$$G_2(f_1, f_2, f_3) = -\frac{2a_2 \sum_3 G_1(f_1) G_2(f_2, f_3) + 6a_3 G_1(f_1) G_1(f_2) G_1(f_3)}{F(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3)} \quad (4.51)$$

$$G_n(f_1, \dots, f_n) = -\frac{\sum_{l=2}^n a_l G_n^{(l)}(f_1, \dots, f_n)}{F(j\omega_1 + \dots + j\omega_n)} \quad (4.52)$$

şeklinde yazılabilir. Bu uygulama Volterra serilerinin elektrik devrelerine uygulanabilirliğini göstermiştir [107,108].

BÖLÜM V

YARIİLETKEN LAZER DİYODUN VOLTERRA SERİSİ İLE MODELLENMESİ

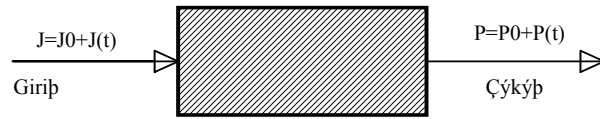
5.1.Volterra Serisinin Frekans Düzleminde Analizi

Lineer olmayan sistemlerin analizinde Volterra serisi ilkez **Weiner** [73] tarafından kullanılmış ve Volterra fonksiyonel serisini, güç serisi olarak tanımlamıştır [74]. Volterra serisi, fonksiyonlardaki terim sayısı az olduğu zaman küçük gürültü hesaplamasında çok kullanışlıdır [88,109-112].

Bir yarıiletken LD için Şekil.5.1 görüldüğü gibi sistemin çıkış-giriş arasındaki ilişki eşitlik (5.1) ile tanımlanmıştır [83,99-101,113-117].

$$\frac{I}{V} = \frac{N_0}{\tau_{sp}} \left[\frac{1}{\tau_{sp}} + g(1-\varepsilon P)P \right] \frac{\left[\frac{dP}{dt} + \frac{P}{\tau_p} - \frac{\Gamma\beta N_0}{\tau_{sp}} \right]}{\left[\Gamma g(1-\varepsilon P)P + \frac{\Gamma\beta}{\tau_{sp}} \right]} + \frac{d}{dt} \left\{ \frac{\left[\frac{dP}{dt} + \frac{P}{\tau_p} - \frac{\Gamma\beta N_0}{\tau_{sp}} \right]}{\left[\Gamma g(1-\varepsilon P)P + \frac{\Gamma\beta}{\tau_{sp}} \right]} \right\} \quad (5.1)$$

Bu tanımlamada kullanılan değişkenler **P**, foton yoğunluğu **N**, taşıyıcı yoğunluğu **J**, akım yoğunluğu **I**, injekte edilen akım **V**, aktif bölgenin hacmi **g**, kazanç sabiti **ε**, malzeme birim kazanç zayıflatması **Γ**, sıkıştırma faktörü **τ_p**, foton ömrü **τ_{sp}**, taşıyıcı ömrü **β**, kendiliğinden ışıma sabiti ve **N₀** eşik noktasındaki taşıyıcı değeridir [113-117].



Şekil. 5.1 Yarıiletken lazer diyodun nonlinear sistem blok yapısı.

Lazer diyod ve optik geri beslemeli durum için transfer fonksiyonları sırayla ($T_D(s)$) ve ($T_{HD}(s)$) alındığında [118-121]

$$T_D(s) \equiv \frac{P(s)}{J(s)} = \left[\frac{K}{qd\alpha l} \right] \left[\frac{\tau_{in}}{2} \frac{(1+\alpha l)}{\alpha l} \left(s + \frac{1}{\tau_{eff}} \right) \left(\frac{2 \ln_d}{c} s \right) + 1 \right]^{-1} \quad (5.3)$$

$$T_{HD}(s) \equiv \frac{P(s)}{J(s)} = \left[\frac{K}{qd\alpha l} \right] \left[\frac{\tau_{in}}{2} \frac{(1+\alpha l)}{\alpha l} \left(s + \frac{1}{\tau_{eff}} \right) \left(e^{sT_R} - 1 \right) + 1 \right]^{-1} \quad (5.4)$$

şeklinde yazılabilir [114,122]. İfadedeki bütün değişkenler normalize edilmiş değerler olup J_0 ve P_0 akım yoğunluğu ve çıkış gücünün statik durumdaki değerleridir. Normalize edilmiş foton yoğunluğu ifadesi;

$$P = P_0 + P(t) \quad (5.5)$$

ile tanımlanmış ve $P(t)$ ise

$$p(t) = \sum_{k=1}^{\infty} p_n(t) \quad (5.6)$$

$$p_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n j(t - \tau_r) d\tau_r \quad (5.7)$$

şeklinde ifade edilmiştir. Bu ifade de $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ n. dereceden nonlinear impuls olup dönüşümü ise,

$$H_n(f_1, \dots, f_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^n e^{-j2\pi f_r \tau_r} d\tau_r \quad (5.8)$$

ile tanımlanmış LD'un n. dereceden nonlinear transfer fonksiyonudur. Bu ifade Volterra serisinin, lineer sistem teorisindeki genelleştirilmiş halidir [122,123]. Foton yoğunluğu giriş spektrumunun fonksiyonu şeklinde ifade edilirse,

$$p_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \prod_{r=1}^n J(f_r) e^{j2\pi f_r t} df_r \quad (5.9)$$

ile tanımlanmıştır. Fourier dönüşümünden elde edilen çıkış spektrum ifadesi ise

$$P(f) = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(f) \quad (5.10)$$

$$P_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1, \dots, f_n) \delta(f - f_1 - \dots - f_n) \prod_{r=1}^n J(f_r) df_r \quad (5.11)$$

şeklinde verilmiştir [122,123].

5.2. Harici Boşluklu Lazer Diyodun Nonlineer Transfer Fonksiyonu

Bu bölümde harici boşluklu LD'un transfer fonksiyonunun elde edilmesinde "harmonik giriş" metodu kullanılmıştır. Bu metoda göre giriş ifadesi üssel olarak

$$J(t) = \exp(i2\pi f_1 t) + \exp(i2\pi f_2 t) + \dots + i2\pi f_n t \quad (5.12)$$

şeklinde tanımlıdır. İfadedeki f_r , $r=1,2,\dots,n$ lineerleştirilmiş bağımsız değerlerdir. Çıkış işareti ise,

$$p_n(f) = \sum_f \frac{n!}{m_1 \dots m_n!} H_n(m_1[f_1], \dots, m_n[f_n]) \prod_{r=1}^n \exp(j2\pi m_r f_r t) \quad (5.13)$$

ile ifade edilmiştir. İfadedeki

$$\sum_{r=1}^n m_r = n \quad \text{ve} \quad m_r[f_r] = \overbrace{(f_r, \dots, f_r)}^{m_r} \quad (5.14)$$

ile verilmiş ve ifadedeki $\mathbf{m}_r[\mathbf{f}_r]$, $\mathbf{H}_n$ nin argümanıdır. Bütün frekansların $[\mathbf{f}_r]$ altında toplanmış $\mathbf{n}$. kattan nonlinear transfer fonksiyonu ise

$$f = m_1 f_1 + m_2 f_2 + \dots + m_n f_n \quad (5.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitlikte $\mathbf{n}$. kattan $\mathbf{m}_r = \mathbf{m}_n = \mathbf{I}$ durumuna karşılık gelen diğer terimler ise,

$$n! H_n(f_1, \dots, f_n) \exp(i2\pi [f_1, \dots, f_n] t) \quad (5.16)$$

şeklindedir. İfadede $\exp(i2\pi[f_1, \dots, f_n]t)$ ile ilgili terimden başka bir terim yoktur. Çünkü $[f_1, \dots, f_n]$ lineer bağımsız değişkenler olarak kabul edilmiştir. Bundan dolayı n. kattan nonlinear transfer fonksiyonu $H_n(f_1, \dots, f_n)$, giriş üssel ifadelerinin toplamı şeklinde olduğundan eşitlik (5.12) lazer çıkışındaki

$$n! \exp(i2\pi[f_1, \dots, f_n]t) \quad (5.17)$$

ifadenin sabitleri gibi tanımlanabilir. Bu metod, tek mod oran eşitliklerinden bütün transfer fonksiyonlarını elde edebilmek için küçük değişim tekniğini gerektirir [11]. Lazer öncelikle tek bir üssel ifadeyle uyarılır foton ve elektron yoğunlukları için birinci mertebeden transfer fonksiyonları için sabitler elde edilir ($H_1(f)$ foton yoğunluğu, $G_1(f)$ elektron yoğunluğu için sabitler). İkinci üssel ifadenin toplamı uygulanarak $H_1(f)$ ve $G_1(f)$ yerine bu defa $H_1(f_1, f_2)$ ve $G_1(f_1, f_2)$ sabitleri elde edilir. Bu işlemler n. harmoniğe kadar devam ettirilerek

$$2\pi(f_1 + \dots + f_n)G_n(f_1 + \dots + f_n) = \left\{ \begin{aligned} &[(1 - \varepsilon p_0)p_0 + 1]G_n(f_1 + \dots + f_n) + \\ &[(n - n_0)(1 - 2\varepsilon p_0)p_0]H_n(f_1 + \dots + f_n) + D_n \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

$$2\pi(f_1 + \dots + f_n)H_n(f_1 + \dots + f_n) = \gamma \left\{ \begin{aligned} &[\Gamma[(1 - \varepsilon p_0)p_0 + \beta]G_n(f_1 + \dots + f_n) + \\ &[\Gamma(n - n_0)(1 - 2\varepsilon p_0) - 1]H_n(f_1 + \dots + f_n) + C_n \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

sabitler elde edilir [102]. Denklemler (5.18 ve 5.19)' un çözümlerinden n. mertebeden $\mathbf{H_n(f_n)}$ ve $\mathbf{G_n(f_n)}$ için transfer fonksiyonları

$$H_n(f_1, \dots, f_n)_{HD} = \frac{\gamma \Gamma}{\varphi(f_1 + \dots + f_n)} \{C_n \psi(f_1 + \dots + f_n) - [(1 - \varepsilon p_0)p_0 + \beta]D_n\} \quad (5.20)$$

$$G_n(f_1, \dots, f_n)_{HD} = -\frac{\gamma \Gamma(n - n_0)(1 - 2\varepsilon p_0)C_n + \chi(f_1 + \dots + f_n)D_n}{\varphi(f_1 + \dots + f_n)} \quad (5.21)$$

şeklinde elde edilir. Burada ;

$$\psi(f) = i2\pi f + (1 - \varepsilon p_0)p_0 + 1 \quad (5.22)$$

$$\chi(f) = i2\pi f - \gamma \Gamma(n - n_0)(1 - 2\varepsilon p_0) + \gamma \quad (5.23)$$

$$\varphi(f_n) = (in2\pi f_n + (1 - \varepsilon p_0)p_0 + 1)(i2n\pi f_n - \gamma\Gamma(n - n_0)(1 - 2\varepsilon p_0) + A + \gamma) + \gamma\Gamma[\varepsilon p_0] \quad (5.24)$$

$$A = \left\{ (1 - R_L) \sqrt{R_f} P \sum_{m=1}^{\infty} \cos \left(\omega_0 \tau_r + \sum_{m=1}^M n_m \left(\omega_m t + \phi_m - \frac{\omega_m \tau_r}{2} \right) \right) X \prod_{m=1}^M J_{n_m} \left(\frac{2\Delta\Omega_m}{\omega_m} \sin \frac{\omega_m \tau_r}{2} \right) \right\} \quad (5.25)$$

$$p_1(t) = \frac{I}{q} \tau_p \quad (5.26)$$

$$p_2(t) = 2\kappa \sqrt{p_1(t)p(t-\tau)} \cos(\phi + \phi(t-\tau)) \quad (5.27)$$

$$p_0 = p_1 + p_2 \quad (5.28)$$

$$p_0(t) = \frac{I}{q} \tau_p + 2\kappa \sqrt{p_1(t)p(t-\tau)} \cos(\phi + \phi(t-\tau)) \quad (5.29)$$

$$\kappa = \frac{R_{ext}}{R} |1 - R|^2 \quad (5.30)$$

$$\sqrt{p(t-\tau)} = \frac{1}{2 \frac{R_{ext}}{R} |1 - R|^2 \sqrt{p_1} \cos(\phi + \phi(t-\tau))} \quad (5.31)$$

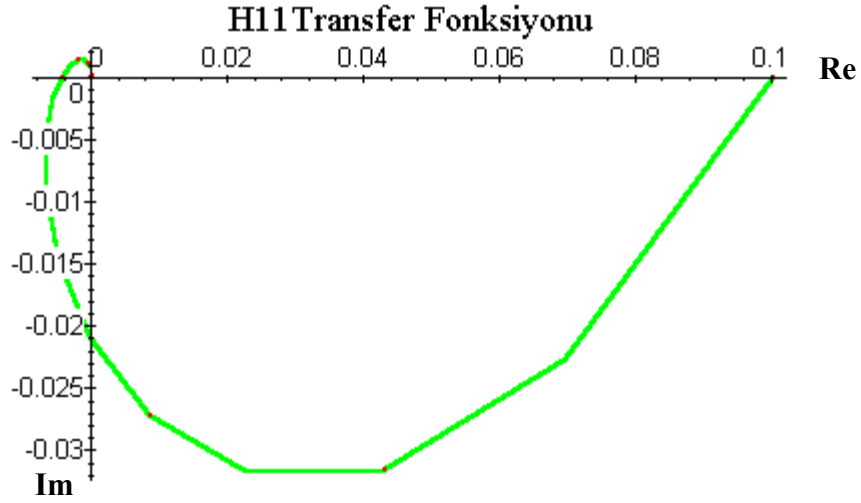
$$p_0(t) = \frac{I}{q} \tau_p + 2\kappa \sqrt{\frac{I}{q} \tau_p \frac{1}{2 \frac{R_{ext}}{R} |1 - R|^2 \sqrt{p_1} \cos(\phi + \phi(t-\tau))}} \cos(\phi + \phi(t-\tau)) \quad (5.32)$$

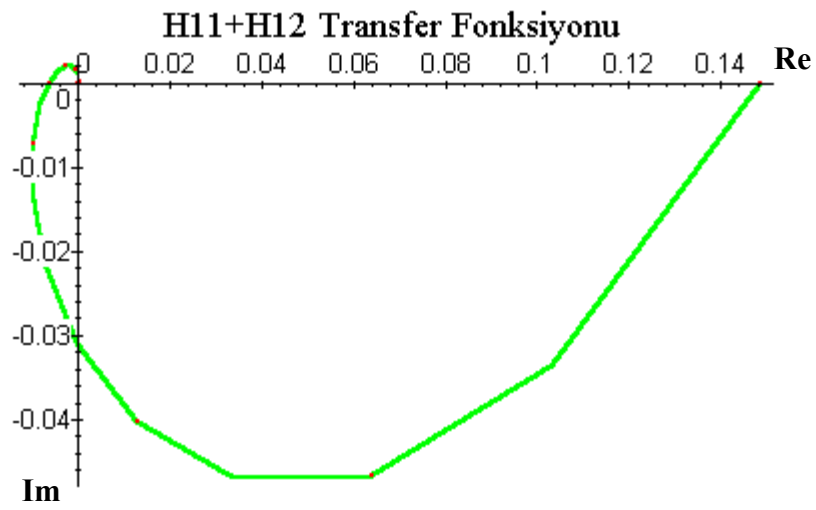
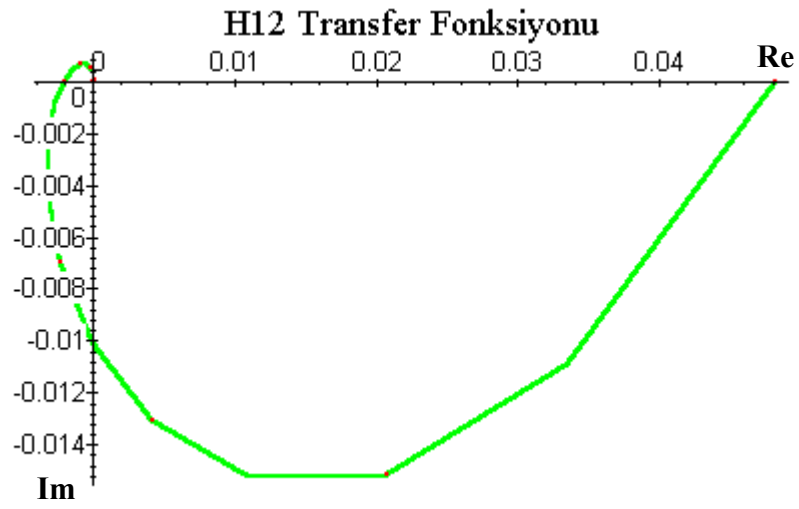
olarak alınmıştır. Denklem (5.25) de verilen $\mathbf{A}$, terimi harici boşluğun etkisini göstermektedir. Tablo 1 de D_n nin aldığı değerler verilmiştir. Burada $n=1$ için $C_n=0$ dır [102].

Tablo 1 n=1 için $C_n=0$ dır diğer durumlar için D_n nin değerleri [102]

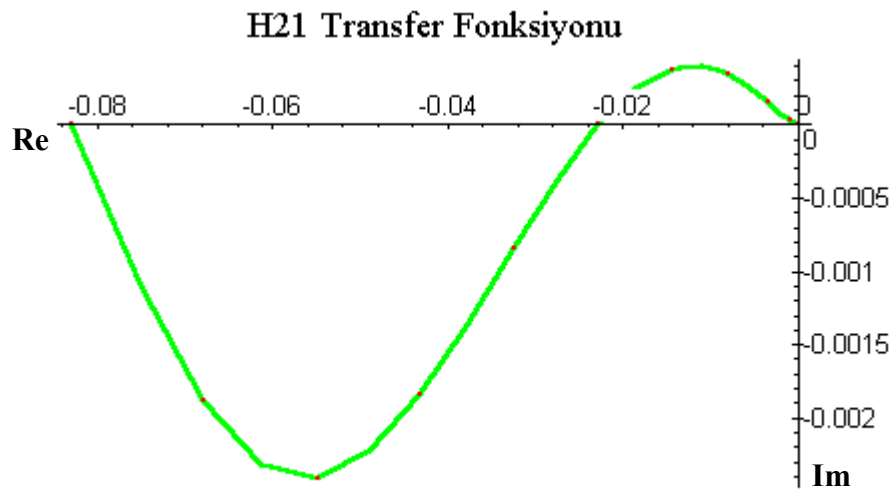
n	D_n
1	-1
2	$\frac{1}{2} \{ (1 - 2\varepsilon p_0) [G_1(f_1)H_2(f_2) + G_1(f_2)H_1(f_1) - 2(n_0 - n_{0m})\varepsilon H_1(f_1)H_1(f_2)] \}$
3	$\frac{1}{3} \{ (1 - 2\varepsilon p_0) [H_1(f_1)G_2(f_2, f_3) + H_1(f_2)G_2(f_1, f_3) + H_1(f_3)G_2(f_1, f_2)$ $+ G_1(f_1)H_2(f_2, f_3) + G_1(f_2)H_2(f_1, f_3) + G_1(f_3)H_2(f_1, f_2)]$ $- (n_0 - n_{0m})2\varepsilon [H_1(f_1)H_2(f_2, f_3) + H_1(f_2)H_2(f_1, f_3) + H_1(f_3)H_2(f_1, f_2)]$ $- \varepsilon [G_1(f_1)H_1(f_2)H_1(f_3) + G_1(f_2)H_1(f_1)H_1(f_3) + G_1(f_3)H_1(f_1)H_1(f_2)] \}$

Şekiller.5.2-5.8' de farklı harmoniklerin transfer fonksiyonları için frekans düzlemindeki eğrileri görülmektedir.

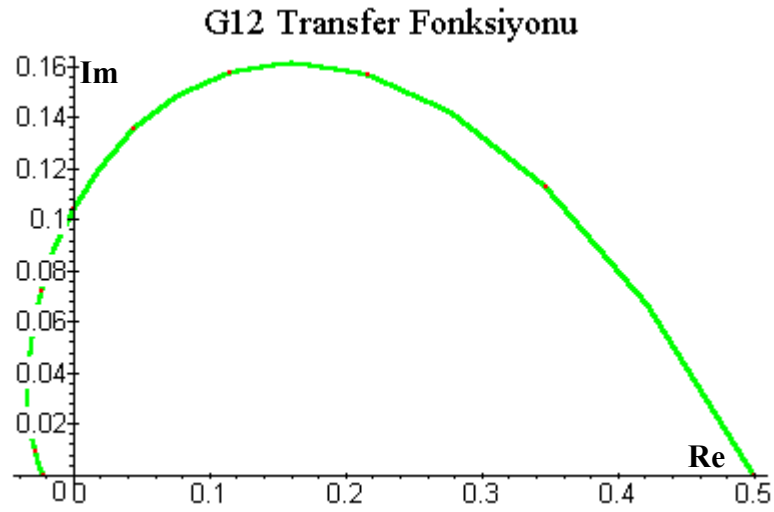
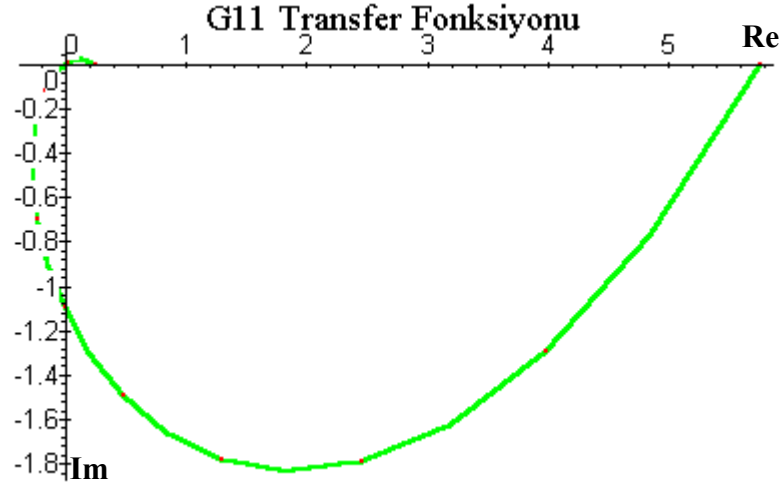




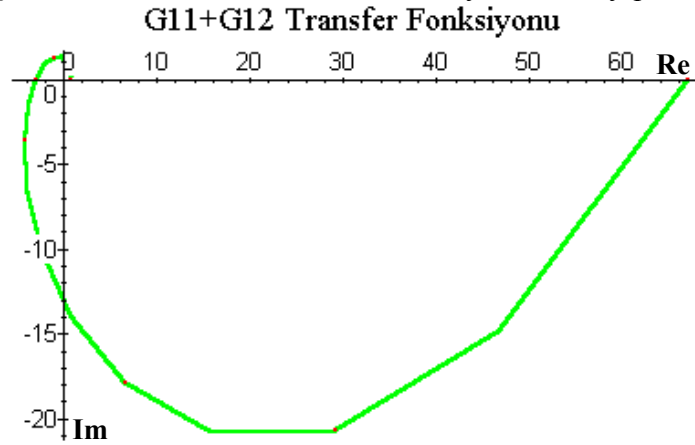
Şekil.5.2 H1 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrileri.



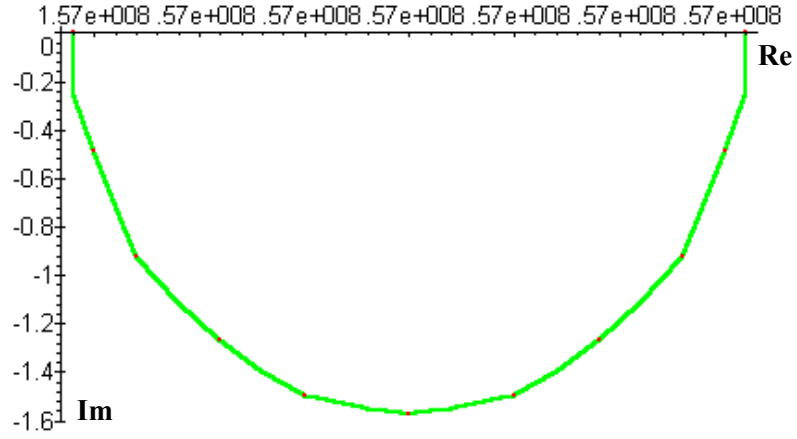
Şekil.5.3 H21 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.



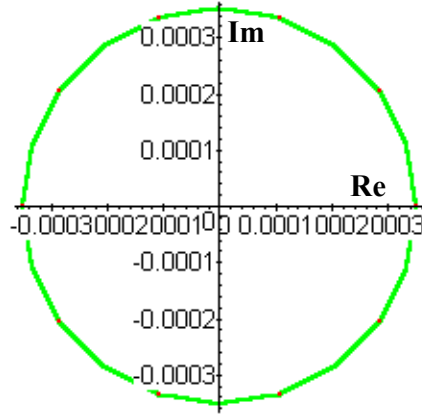
Şekil.5.4 G11 ve G12 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrileri



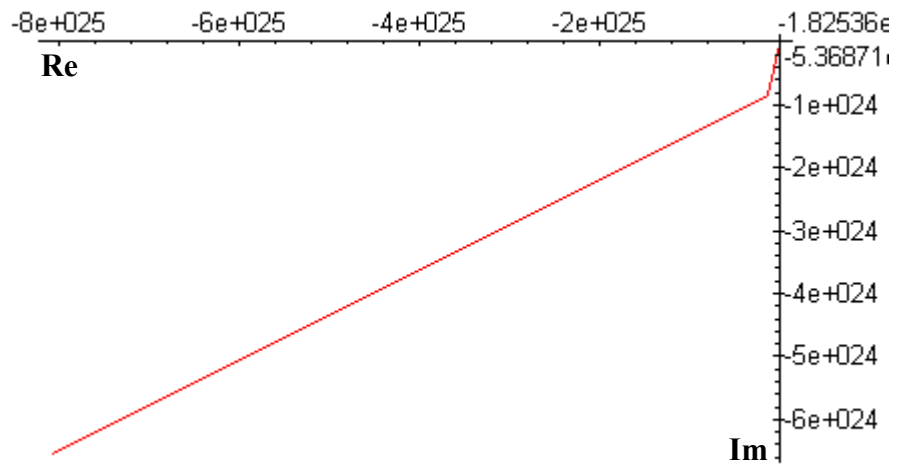
Şekil.5.5 G1 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.



Şekil.5.6 G21 transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.
H11/G11 Transfer Fonksiyonu



Şekil. 5.7 H11/G11 birim geribeslemeli transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.



Şekil.5.8 Kapalı sistem transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi.

5.3. Lazerin Nonlinear Davranışı (Response)

Darband işaretlerin toplamına karşı lazer tepkisini belirleyebilmek için giriş işaret akımının eşitlik (5.44) deki gibi olduğu kabul edilsin.

$$J(t) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{2} [Z_k(t) \exp(i2\pi v_k t) + z_k(t)^* \exp(-i2\pi v_k t)] = \frac{1}{2} \sum_{k=-K}^K z_k(t) \exp(i2\pi v_k t) \quad (5.44)$$

İfadedeki z_k $J_k(t)$ ile belirlenen kompleks zarfdır ve $z_k(t)^* = z_{-k}(t)$, $z_0(t) = 0$ şeklindedir. $Z_k(f)$ yi $z_k(t)$ nin fourier dönüşümü olarak, $Z_k^*(-f)$ yi $Z_{-k}(f)$ ve $-v_k$ 'yıda, v_{-k} olarak tanımlayarak $J_k(f)$ nin spektrumunu $J_k(t)$

$$J_k(f) = \sum_{k=1}^K \frac{1}{2} [Z_k(f - v_k) + z_k^*(f - v_k)] = \frac{1}{2} \sum_{k=-K}^K Z_k(f - v_k) = \frac{1}{2} \sum_{k=-K}^K Z_k(f - v_k) \quad (5.45)$$

şeklindedir. Foton yoğunluğu ise;

$$p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_k \text{Re} \left\{ \frac{n! 2^{-n+1}}{m_{-k}! \dots m_k!} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1 + v_k, \dots, f_n + v_k) \prod_{r=1}^n Z_{k_r}(f_r) \exp(i2\pi f_r t) df_r \right] \exp\left(i2\pi \sum_{r=1}^n v_{k_r} t\right) \right\} \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_k p_{nv}(t) \quad (5.46)$$

ile ifade edilmiştir. Bu ifadedeki k belirgin olarak $(k_1, \dots, k_n)$ ile $k_r = -K, \dots, K$ olan bütün terimlerin toplamını ifade etmektedir. $m_k = 0, \dots, n$, elde edilen terimlerin tekrar sayısı olup

$$\sum_{k=-K}^K m_k = n \quad (5.47)$$

ile verilmiştir [102]. Denklemler (5.44) ve (5.46) in mukayesesinden aşağıdaki sonuç çıkarılabilir. Giriş işareti darband işaretlerin toplamından oluşuyorsa, lazer bütün taşıyıcı intermodülasyon frekanslarında merkezlenmiş yeni bir darband elemanları üretir. $p_{nv}(t)$ ise, kompleks zarfı $q_{nv}(t)$ olan ve $v_{k_1}, \dots, v_{k_n}$ da merkezlenmiş giriş işaret elemanlarının intermodülasyonu tarafından üretilen foton yoğunluk dalga formunu temsil etmektedir. Merkez frekansı v , $p_{nv}(t)$ ve kompleks zarfı; $q_{nv}(t)$

$$v = \sum_{r=1}^n v_{k_r} = \sum_{k=-K}^K m_k v_k \quad (5.48)$$

$$p_{nv}(t) = \text{Re} \left\{ q_{nv}(t) \exp \left(i 2 \pi \sum_{r=1}^n v_{kr} t \right) \right\} \quad (5.49)$$

$$q_{nv}(t) = \frac{n! 2^{-n+1}}{m_{-k}! \dots m_k!} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(f_1 + v_{k_1}, \dots, f_n + v_{k_n}) \prod_{r=1}^N Z_{k_r}(f_r) \exp(i 2 f_r t) df_r \quad (5.50)$$

ile tanımlanmıştır. Sonuçta; $\mathbf{p}_{nv}, v_{k_1}, \dots, v_{k_n}$ frekanslarındaki taşıyıcı ile giriş işaretinden dolayı oluşan intermodülasyon ürünü (IMP) dir. $v_k = f_k$ da N taşıyıcı giriş durumunda **J(t)**

$$J(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N [J_k \exp(i 2 \pi f_k t) + J_k^* \exp(-i 2 \pi f_k t)] \quad (5.51)$$

dikkate alınmalıdır. Taşıyıcının kompleks zarfının spektrumu

$$Z_k(f) = J_k \delta(f) \quad (5.52)$$

dır ve denklemler (5.49) ve (5.50) dan $f_{k_1}, \dots, f_{k_n}$ frekanslarındaki taşıyıcıdan dolayı oluşan n . mertebeden IMP' nin kompleks zarf genliği $A(f_{k_1}, \dots, f_{k_n})$ aşağıdaki elde edilir [124-127].

$$A(f_{k_1}, \dots, f_{k_n}) = \frac{n! J_{k_1} \dots J_{k_n}}{2^{n-1} m_{-k}! \dots m_n!} H_n(f_{k_1}, \dots, f_{k_n}), \quad k_1, \dots, k_n = \pm 1, \dots, N \quad (5.53)$$

5.4. İntermodülasyon ve Harmonik Analizi

İntermodülasyon, analog sistemlerde alt taşıyıcı tekniği kullanılarak yapılan modülasyondur. Bu modülasyon, analog fiber optik haberleşme sistemleri için son yıllarda çok çekici hale gelmiştir ve mevcut var olan sistemin band genişliğini artırmak için kullanılan bir tekniktir [125,126]. Yarıiletken lazerde büyük işaret modülasyonunda band genişliğini artırmak için analog fiber optik sistemlerinde kullanılmaktadır. Bu teknik kullanılırken polarizasyon akımıyla, ışımının lineer olarak artması ve büyük işaret modülasyon altında ise bu lineerliğin değişmemesi şartını sağlamalıdır [127].

Sistemin ileri yön transfer fonksiyonu H , optik modülasyon derinliği m , ikinci harmonik distorsiyonu (SHD), üçüncü harmonik distorsiyonu (THD) ve intermodülasyon distorsiyon (IMD) olarak tanımlanırsa

$$\frac{SHD}{C} = \frac{m(I_0 - I_{th})|H_2(\omega, \omega)|}{4|H_1(\omega)H_1(2\omega)|} \quad (5.54)$$

$$\frac{THD}{C} = \frac{m^2(I_0 - I_{th})^2}{24|H_1(\omega)|^2|H_1(2\omega)H_1(3\omega)|}|\zeta| \quad (5.55)$$

$$\zeta = [H_3(\omega, \omega, \omega)H_1(2\omega) - 3H_2(\omega, \omega)H_2(\omega, 2\omega)]$$

$$\frac{IMD_1}{C} = \frac{m^2(I_0 - I_{th})^2}{8|H_1(\omega)|^3|H_1(\omega)H_1(3\omega)|}|\xi| \quad (5.56)$$

$$\xi = [H_3(\omega, \omega, -\omega)H_1(\omega)H_1(2\omega) - 2H_2(\omega, -\omega)H_2(\omega)H_1(\omega) - H_2(\omega, \omega)H_2(-\omega, 2\omega)H_1(\omega)]$$

yazılmıştır [103,104]. İntermodülasyon üretimi ve genlikleri ise aşağıdaki Tablo 2 deki gibi tanımlanmıştır [102].

Tablo. 2. IMD üretimi ve genlikleri.

IMD frekansları	Genlik
$2 f_1$	$0.5J_1^2 H_2(f_1, f_1)$
$f_1 + f_2$	$J_1 J_2 H_2(f_1, f_2)$
$2 f_1 - f_2$	$0.75J_1^2 J_2^* H_3(f_1, f_1, -f_2)$
$2 f_2 - f_1$	$0.75J_1^* J_2^2 H_3(-f_1, f_2, f_2)$
$f_1 + f_2 - f_3$	$1.5J_1 J_2 J_3^* H_2(f_1, f_2, -f_3)$
$f_1 - f_2 + f_3$	$1.5J_1 J_2^* J_3 H_3(f_1, -f_2, f_3)$
$-f_1 + f_2 + f_3$	$1.5J_1^* J_2 J_3 H_3(-f_1, f_2, f_3)$

İntermodülasyon temel harmonikle diğer harmoniklerin birleştirilmesiyle elde edilir. Harmoniklerden intermodülasyon genlikleri ve üretimlerinin çeşitli şekildeki tanımlamaları geniş olarak [117-120,124-138] kaynakların da verilmiştir.

Lazer diyod için düzenlenmiş diğer ifadeler ise

$$\frac{2HD}{C} = OMD \frac{f_1^2}{f_r^2 g(2f_1)} \quad (5.57)$$

$$\frac{3HD}{C} = \frac{3}{2} (OMD)^2 \frac{\left(\frac{f_1}{f_r}\right)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{f_1}{f_r}\right)^2}{g(2f_1)g(3f_1)} \quad (5.58)$$

$$\frac{IMD}{C} = \frac{1}{2} (OMD)^2 \frac{\left\{ \left[\left(\frac{f_1}{f_r}\right)^4 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_1}{f_r}\right)^2 \right]^2 + 4\pi^2 f_1^6 \frac{\tau_p^2}{f_r^4} \right\}^{\frac{1}{2}}}{g(f_1)g(2f_1)} \quad (5.59)$$

şeklinde [124,125]. Küçük işaret frekans cevabı $R(f)$,

$$R(f) = g^{-1}(f) = \left[\left\{ \left(\frac{f_1}{f_r}\right)^2 - 1 \right\}^2 + \left(\frac{2\pi \epsilon f_1}{g_0} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (5.60)$$

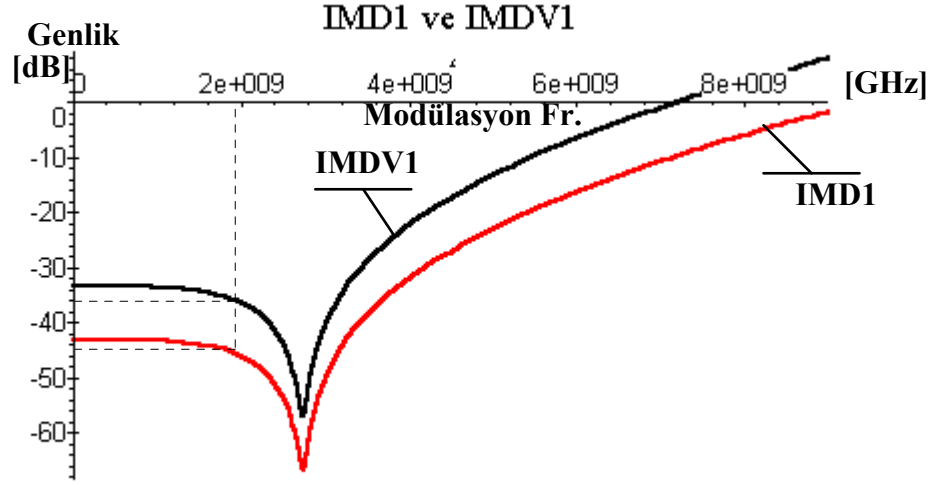
şeklinde tanımlamıştır [125]. İfadede kullanılan OMD, optik modülasyon derinliği g_0 , lazer diyodun kazanç zayıflatma sabiti f , modülasyon frekansı f_r , gevşeme frekansı ϵ , lazer diyod zayıflatma sabiti ve τ_p foton ömrü olarak alınmıştır [125]. Yapılan hesaplamalarda LD (double-channel planar buried-heterostructure, DCPBH) için $f_r=5.3$ GHz, $f=2E9$ GHz, $\tau_p=1E-12$ s, $g_0=3.2E-12$ s⁻¹ m³, $\epsilon=2E-23$ m³ I/I_{th}= 1.5, OMD=.28 alınmıştır [124,125]. Bu değerlere göre elde edilen distorsiyon eğrileri Şekil.5.9-10 da IMD1 ve IMDV1 (intermodülasyon volterra 1) ve ikinci harmonik volterra (2HDV) görülmektedir. Tipik değer olarak H11=0.0003750025018, H12=0.0001875012508 dir. IMDV1 için kullanılan yaklaşım

$$g(f_1)g(2f_1) = \sqrt[3]{H11} + \sqrt[3]{H12} \quad (5.61)$$

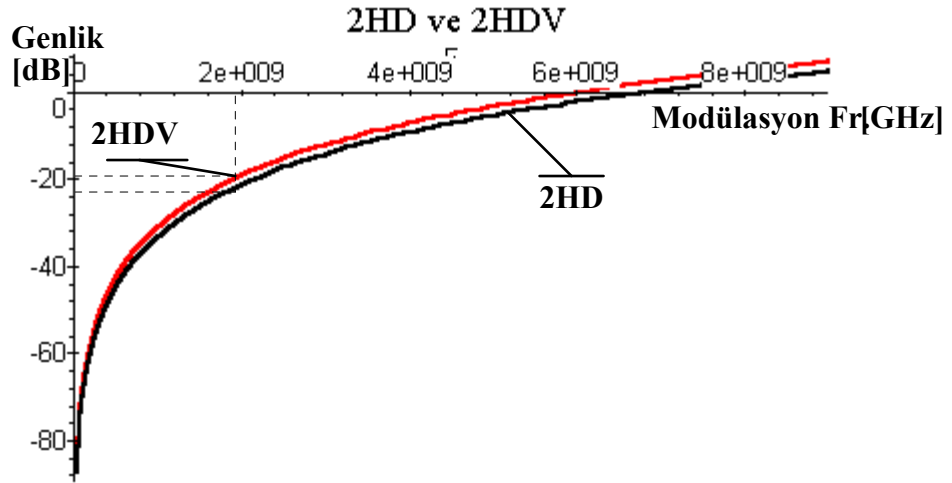
ve ikinci harmonik distorsiyonu için ise

$$f_r^2 g(2f_1) = \sqrt[3]{H11} + \sqrt[3]{H12} \quad (5.62)$$

şeklinde hesaplanarak eşitlik (5.57 ve 5.59)' da kullanılarak Şekil.5.9 ve Şekil.5.10 eğrileri yeni düzenlemeye göre elde edilmiştir. Şekil.5.11 de aynı diyodun teorik ve deneysel sonuçlara göre çizilmiş eğrisi görülmektedir. Eğriden de görüldüğü gibi, düşük frekanslarda teorik ve deneysel sonuçlar arasında fark görülmektedir.



Şekil.5.9 IMD1 ve IMDV1 eğrisi.



Şekil.5.10 2HD ve 2HDV eğrisi görülmektedir.

Şekil.5.11 DCPBH lazer diyodun teorik (çizgiler) ve deneysel (noktalar) eğrileri görülmektedir [125].

BÖLÜM VI

SONUÇ VE İRDELEME

Lazer diyodların karakteristikleri yansıyan ışığa çok duyarlı olduğundan optik geribeslemenin etkileri yıllar boyunca incelenmektedir. Optik geribeslemeden doğan gürültü artışı özellikle fiber optik haberleşme sistemlerinde ve diğer optik uygulamalarda ciddi problemler oluşturmaktadır. Bu sistemlerde, yansıyan dalgadan dolayı oluşan gürültü ve kararlılık problemleri bulunmaktadır. Bu durum ise optik sistemin kazancını ve verimini doğrudan etkilemektedir. Sistemin kararlılığını ve verimini etkileyen diğer sebep ise, harici boşluğun uzunluğudur.

Lazerin çizgi genişliği geribesleme fazına bağlı olarak genişleyebilir veya daralabilir. Çizgi genişliği dış boşluk uzunluğu geribesleme fazını düzeltmek için iyi bir şekilde ayarlanmışsa, oldukça daraltılabilir. Sistemin zaman sabitindeki çok küçük değişimler, fazda büyük değişimlere de neden olmaktadır.

Bu çalışmada, lazer diyodun linearize edilmiş tek mod oran denklemleri harici boşluklu LD' ye göre yeniden düzenlenerek bu denklemler harmonik giriş metoduyla birlikte Volterra serileri kullanılarak çözülmüştür. Harmonikler için elde edilen transfer fonksiyonlarında Volterra-Weiner seri yaklaşımı kullanılmıştır. Bulunan transfer fonksiyonları kullanılarak çıkıştan-girişe doğru kararlılık analizleri yapılmış olup bu

analizlerde Nyquist kararlılık kriteri temel alınmıştır. Ayrıca harici boşluklu LD için IMD ve SHD terimleri türetilerek LD'de elde edilen intermodülasyon ve SHD terimleriyle mukayesesi yapılmıştır.

LD ve harici boşluklu LD için elde edilen geribesleme transfer fonksiyonunun Nyquist eğrisi Şekil (3.3 ve 3.5) de kararsız olduğu görülmektedir.

Harici boşluklu LD için geribesleme transfer fonksiyonunun (K) Nyquist eğrisi Şekil.3.6 da görülmektedir. Bu eğriden, geribesleme transfer fonksiyonun kararlılık sınırları içinde olduğu görülmektedir ve geribeslemenin kararlı olduğu söylenebilir. Geribesleme transfer fonksiyonunun reel değerlerinin artışı Şekil.3.7 de görülmektedir. Geribesleme reel olarak frekansa bağlı olarak artmakta, yüksek frekanslara ulaşıldığında genlik değerlerindeki dalgalanmalar azalmakta ve artışlar düzgün hale gelmektedir. Bu yüzden yüksek frekanslar için geribesleme daha iyi sonuçlar vermektedir.

Geribesleme sabiti K 'nın yansıma sabitine bağlı olarak değişimi Şekil.3.8 de görülmektedir. Ayna yansıtma oranı yükseldiğinde K 'nın değeri düşmektedir.

Geribeslemeye etki eden diğer değişken ise yansıyan güç Γ sabittir. Şekil.3.9 da ayna yansıtma değeri büyüdüğü zaman güç yansıtma değeri de büyümekte ve zayıf veya kuvvetli geribesleme durumu oluşmaktadır. Değerin büyümesi kuvvetli geribeslemeye, küçülmesi ise zayıf geribeslemeye karşılık gelmektedir.

LD ve harici boşluklu LD için transfer fonksiyonlarından elde edilen modülasyon respons eğrileri Şekil.3.4 de görülmektedir. Harici geribesleme modülasyon frekansında, kazançta artışa neden olmakta, sonuçta optik haberleşme sistemlerinde band genişliğinde ve optik çıkış gücünde artışa sebep olmaktadır.

Harici optik geribesleme kiritik değerlerde yapıldığı zaman, Şekil.3.10 daki durum oluşmaktadır. Eğriden de görüldüğü gibi kazançta, modülasyon band genişliğinde ve optik çıkış gücünde büyük artışlar olmaktadır. Bu durumda geribesleme miktarı büyümekte ve sistem kuvvetli geribesleme gibi davranmaktadır. Sonuç olarak harici geribesleme optik güç artışına ve modülasyon band genişliğinin artmasına neden olduğu söylenebilir.

Volterra serileri ile sistemin harmonik analizi yapıldığında sistemin girişine uygulanan işaretin üssel olduğu kabulü yapılarak, bütün harmoniklerin varlığı dikkate alındığında

çıkış ifadeleri hesaplanmıştır. Giriş işaretinin frekansına bağlı olarak sistemin Volterra çekirdeklerinin nasıl hesaplanacağı gösterilmiş ve üçüncü harmoniğe kadar Volterra çekirdekleri (H_1, H_2, H_3) ve sistemin diğer parametresi olan G_1, G_2 ve G_3 transfer fonksiyonları harmonik giriş metodu kullanılarak hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar yapılırken, sistemde oluşan gürültü kaynakları ihmal edilmiştir.

Harici optik geribeslemeli LD'un kararlılığı, sistem yaklaşımı yapılarak frekans düzleminde incelenmiştir. Bu incelemede harmoniklerin durumu giriş ve çıkış olarak iki temel şekilde ele alınmıştır. Giriş değişkeni olarak G tanımlanmıştır. Bu değişken, taşıyıcıdaki değişimlere karşılık gelmektedir. Girişten verilen besleme akımıyla G_n lerdeki frekansa bağlı değişimler incelenerek elde edilen transfer fonksiyonlarının frekans düzlemindeki eğrileri Şekil.(5.4, 5.5 ve 5.6). da görülmektedir. Bu eğrilerden görüldüğü gibi frekans değeri büyüdüğü zaman eğriler açılmaktadır. Şekillerdeki G_{11}, G_{12} ve $G_{11}+G_{12}$ eğrileri bu durumu göstermektedir. Nyquist kararlılık değerlendirmesine göre sistem kararsızdır. Sonuç olarak taşıyıcı çoğalmasının Nyquist kararlılık değerlendirmesine göre sistem nonlineer ve kararsızdır.

Çıkışa göre değerlendirme yapıldığında H 'lar foton çoğalması olarak tanımlanmıştır. Frekansa bağımlı olarak elde edilen transfer fonksiyonlarının eğrileri H_{11}, H_{12} ve $H_{11}+H_{12}$ Şekil.5.2 ve 5.3 de ileri yön çekirdekleri görülmektedir. Nyquist kararlılık kriterine göre sınır değerleri $(-1+J, 1+J)$ değerlerini aşmadıkları görülmektedir. Bu durum değerlendirildiği zaman giriş ile çıkış oransal olarak değişmekte ve kararlılık ise belli sınırlar içinde olabilmektedir. Ancak frekansın sonsuza gittiği durum için değerlendirme yapıldığı zaman, Re eksen üzerinde büyük değerlere ulaşılmaktadır. Bu durum da ise H 'larda kararsızdır. Şekil.5.3.de H_{21} 'in harmoniğinin sifıra çok yakın pozitif bir kökü bulunmaktadır. Ancak eğriden de görüldüğü gibi frekansın sonsuz durumu için eğri açılmakta ve kararsız hale gelmektedir. Bu nedenle sistem nonlineer ve kararsızdır.

Şekil.5.6 da ise ortaya konan harici boşluklu LD modelinde geribesleme durumu ortadan kaldırıldığında (normal LD durumu) sistemin birinci harmonik transfer fonksiyonlarının birim geribeslemedeki eğrisi görülmektedir. Bu eğriden de görüleceği gibi lazer diyod kararlı osilatör olarak çalışmaktadır. Harici optik geribeslemeden oluşan transfer fonksiyonu, birim geribesleme transfer fonksiyonuna ilave edilerek kapalı sistem elde edilmiştir. Bu durum ise Şekil.5.7'de de görüldüğü gibi osilatörün

kararlılığını bozmaktadır. Sistem harici geribesleme nedeniyle kararlı osilasyon durumunu kaybetmektedir.

Sonuç olarak Nyquist kriterine göre kararlılık değerlendirmesi yapıldığı zaman, harici geribeslemesiz sistem kararlı osilatör olarak çalışmaktadır. Dinamik yapıda ise lazer diyod da kararsızdır. Harici optik geribesleme ise kararsızlığı artırmaktadır.

2HD ve IMD1'nin hesaplanmasında kullanılan lazer diyodun küçük işaret modülasyon cevabı $R(j\omega)^{-1}$ in yerine yeni düzenleme ile Volterra çekirdekleri H11 ve H12 den hesaplanan değerler kullanılarak 2HD ve IMD1 değerleri elde edilmiştir. Şekiller.5.9 ve 5.10 da görüleceği gibi 2HD ve IMD1 de harici geribeslemesiz LD'ye göre daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Ancak IMD1'in değişimi gevşeme frekansı, modülasyon frekansı ve optik modülasyon derinliğine bağlı olarak değişmektedir. OMD değeri büyüdüğünde 2HD ve IMD1 değerleri eksi olarak büyümektedir. Tersisi durumda ise değerler pozitif değerlere doğru veya modülasyon frekansı büyüdüğünde yükselmektedir. Bu durumda ise gürültü miktarında büyük artış olmaktadır.

Bundan sonra yapılacak çalışmalarda; Volterra çekirdeklerinin hesaplamalarına gürültü terimlerinde ilave edilerek gürültünün etkisi incelenebilir. Volterra çekirdeklerinin hesaplanmasında Green fonksiyonu ve sistem modellemesinde ise E. Hopf Bifurcation kullanılarak dinamik yapı incelenebilir.

(Bu çalışmada sembolik, sayısal ifadelerin çözümünde ve grafiklerin çiziminde "MapleV Sürüm 3" kullanılmıştır.)

KAYNAKLAR

- [1] Agrawal and N.K. Dutta, Long- Wavelength Semiconductor Laser New York , Van Nostrand, Reinhold, 1986.
- [2]. D. A. Klinmann and P. P. Kisliuk, Discrimination against unwanted orders in the Fabry -Perot Resonator, Bell. Syst. Tech. J., Vol: 41 , pp. 453.. ,1962.
- [3]. T. R. Koelher and J. P. Goldsborough, Tree-reflector Optical Cavity for Mode Discrimination, Bull. Amer, Phys. Soc., Vol:7, pp. 446.. ,1962.
- [4]. J.M. Senior., Optical Fiber Communications, Prentice Hall New York 1992.
- [5]. C. Lin, Optoelectronic Technology and Lightwave Communications Systems, Prentice Hall New York, 1989.
- [6]. Y.S, K. K. Iga and S. Aral, Advanced Semiconductor Lasers, IEEE Proc. Vol 80 N0:3 pp 383; 1992.
- [7]. M.W. Fleming and A.Mooradian, Spectral Characteristics of External-cavity Controlled Semiconductor Laser, IEEE. J. QE. Vol:7, pp. 44... ,1981.
- [8]. S. Saito and Y. Yamamoto, Direct Observation of Lorentzian Lineshape of Semiconductor Laser and Linewidth Reduction with External Grating Feedback, Electron. Lett. Vol:17 pp. 325.. ,1981.
- [9]. P.W. Milonni,M.L. Shih and J.R. Ackerhalt, Chaos in Laser Matter Ynteractions,World Scientific Pub. Co.Pte Ltd, Singapore 1987
- [10].A. Lowery, A. Keating and C. N. Murtonen, Modeling the Static and Dynamic Behavior of Quarter Wave Shifted DFB Lasers, IEEE J.QE Vol:28 N0:9 pp 1874 ...,1992.
- [11].F. Favre, Theoretical Analysis of External Optical Feedback on DFB Semiconductor Lasers. IEEE. J. QE. Vol:23 N0:1, pp.81..., 1987.
- [12].Y. Shi, V. Poulsen, M. Sejka, and O. Poulsen, Mode -locked Pr^{3+} Doped Silica Fiber Laser With an External Cavity, IEEE. J.LT. Vol:12 , No:5 , 1994.
- [13].Amnon Yariv, Quantum Electronics, Third Edition, Wiley and Sons, New York 1988.

- [14].Yoshihisa Yamamoto, Coherence, Amplification, and Quantum Effects in Semiconductor Lasers, John Wiley and Sons.Inc. New York 1990
- [15]. Y. Suematsu, AR. Adams, Handbook of Semicondusdor Lasers and Photonic Integrated Circuits,Chapmanand Hall, N. York 1994
- [16].L. H. , Z. T. F., L. L, A. D. D. and C. Birocheas, Volterra functional Series Expansion for Semiconductor Laser Under Modulation, J. QE. Vol.30, No:4, 1994.
- [17].T.K. Biswas and W.F. McGee, Volterra Series of Semiconductor Laser Diode, IEEE Pho.Tec.Lett. Vol. 3, No. 8 1991.
- [18].H.M. Salgado and J.J. G. Reilly, Volterra Series of Analysis of Distotion in Semiconductor Laser Diodes, IEE Proc- J..Vol. 138, No.12, 1991. .
- [19].J.C. F, C.L, P.M, E.J, P.G, T.T. M. L, M.B, Theorical and Experimentel Study of Second-order Distortion in CATV DFB Lasers Diodes, IEEE Pho.Tec.Lett. Vol. 7, No.5 , 1995.
- [20].Ammon Yariv, Optical Electronics, New York Holt Rinehart and Winston, Inc. 1991
- [21].M. Ohtsu., Highly Coherent Semiconductor Lasers, Artech House Boston 1992.
- [22].P. Zorabedian, Axial Mode Instability Tunable External Cavity Semiconductor Lasers, IEEE. QE.. Vol. 30, No: 7, 1994.
- [23].K. Peterman, Laser Diode Modulatýon and Noise, Kluwer A. Publishers Tokyo 1991.
- [24].P. K. Cheo., Fiber Optics and Optoelectronics, Prentice Hall New Jersey 1990.
- [25].H. Kressel., Semicontuctor Devices for Optical Communication, Springer Verlag Berlin 1980.
- [26].R.P. Salathi, Diode Lasers Coupled to External Resonators, Apply Phys, Springer- Verlag 20,1- 18- pp.1.. ,1979.
- [27].. R.S. Tucker, D.J. Pope, Circuit Modeling of the Effect of Diffision on Damping in a Narrow-Stripe Semiconductor for Laser, IEEE J.QE. Vol:19, N0: 7, pp. 1179..., 1983.
- [28].L. Goldberg, H. F. Taylor, A. Dandridge and T. G. Giallorenzi, Spectral Characteristics of Semiconductor Lasers with Optical Feedback, J.QE. vol:18, pp. 555.. ,1982.
- [29].Joseph T. Verdeyen, Laser Electronics, Prentice Hall New Jersey, 1989.
- [30].R. Lang, K. Kobayashi, External Optical Feedbabk Effects on the Semiconductor Injection Laser Properties, IEEE. J. QE. Vol:16 pp. 337.. ,1980.
- [31].K. Kikuchin and T. Okoshi, Simple Formula Giving Spectrum-Narrowing Ratio of Semiconductor Laser Output Obtained by Optical Feedback, IEEE. Electron. Lett., Vol:18, pp.10.. ,1982.
- [32].R.A. Suris and A. A. Tager, Cohorence and Spectral Properties of Radiation Emitted by a Semiconductor Laser with an External Reflector, Sov.J.QE. Vol:14, pp.21. ,1984.
- [33].P. P. Spano, S. Piazzola, and M. Tamburrinin, Theory of Noise in the Semiconductor Laser in the Presence of Optical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 20, pp. 350.. ,1984.

- [34].G. P. Agrawal , Line Narrowing in a Single-mode Injection Laser due to External Optical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 20, pp. 468... ,1984.
- [35].D. Marcuse, Coupled Mode Theory of Optical Resonant Cavities, IEEE. J.QE. Vol: 21, pp. 1819.. ,1985.
- [36].R. J. Lang. and A. Yariv, Local -Field rate Equation for Coupled Optical Resonators, Phys. Rev. A Vol: 34, pp. 2038.... ,1986.
- [37].D. R. Hjelme and A. R. Michelson, On the Theory of the External Cavity Operated Single-mode Semiconductor Lasers, IEEE. J.QE. .Vol: 23, pp. 1000.. ,1987
- [38].E. Patzak, A. Sugimura , S. Saito, T. Mukai , and H. Olesan, Semiconductor Laser Linewidth in the Optical Feedback Configuration, Elett. Lett. Vol: 19, pp. 1026 .. ,1983.
- [39].K. Kurokawa, Some Characteristics of Broadband Negative Resistance Oscillators Circuits, Bell. Syst. Tech. J., Vol: 48, pp. 1937.. ,1969.
- [40].R. J. Lang and A. Yariv, Analysis of the Dynamical Response of the Multielement Semiconductor Lasers, IEEE. J.QE. .Vol: 21, pp. 1683.. ,1985
- [41].R. J. Lang and A. Yariv, Semiclassical Theory of Noise in the multielement semiconductor Lasers, IEEE. J.QE. .Vol: 22, pp. 436.. ,1986
- [42].R. J. Lang and A. Yariv, An Exact Formulation of Coupled-mode Theory for Coupled Cavity, IEEE. J.QE. .Vol: 24, pp. 66.. ,1988.
- [43].D. R. Hjelme , Temporal and Spectral Properties of Semiconductor Laser, Ph.D. Univ. Colorado, Boulder 1988.
- [44].D. R. Hjelme, A. R. Michelson, R.G. Beausoleil, J. A. McGarvey , and R. L. Hagman Semiconductor Laser Stabilization by External Optical Feedback, Laser Diode Technology and Applications, L. Fegueroa, Ed, Proc. SPIE, Vol: 1043 , pp 167.. ,1989.
- [45].D. R. Hjelme, A. R. Michelson, R. G. Beausoleil, J. A. McGarvey and R. L. Hagman Semiconductor Laser Stabilization by External Optical Feedback. Tech. Dig. CLEO' 89 , Washington , DC. Opt. Soc. Amer., Vol:11 pp. 300..., 1989.
- [46].B. Tromborg , H. Olesen, X. Pan, S. Saito, Transmission Line Description of Optical Feedback Injection Locked Fabry-Perot and Lasers, IEEE. J.QE..Vol:23, pp. 1857.. ,1987.
- [47].R. Lang, H. Kahal and A. Yariv, The Effect of Spatially Dependent Temperature and Carrier Fluctuations on Noise in the Semiconductor Lasers, IEEE. J.QE. Vol: 21, pp. 443.. ,1985.
- [48].G. Schielerup , R. J. Petersen, H. Olesen, and B. Tromborg, Center frequency Shift and Reduction of Feedback in Directly Modulated External Cavity Laser, IEEE. Photon. Technol. Lett. Vol: 2 , pp. 288..., 1990.
- [49].Henry, C.H, *Yn Semiconductor for and Semimetal* Vol:22 Part B New York, Academic Press, 1985.

- [50].D. Lenstra, B. H. Verbeek, and A. den Brief , Chorense Collapse in Single-mode Semiconductor Lasers and due to Optical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 21, pp. 674..., 1985.
- [51].C. H. Henry , and R. F. Kazanirrov, Instability of Semiconductor Lasers due to Optical Feedback From Distant Reflectors, IEEE. J.QE. .Vol: 22, pp. 294.. ,1986.
- [52].J. S. Cohen and D. Lenstra, Spectral Properties of the Coherence-collapsed State of the Semiconductor Laser with Delayed Optical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 25, pp. 1143.... ,1989.
- [53].D. R. Hijelme and A. R. Michelson, Gain Nonlinearities due to Carrier Density Dependent Dispersion in Semiconductor Lasers, IEEE. J.QE. .Vol:25, pp.1525.. ,1989.
- [54].N. Shunk and K. Peterman , Analysis of the Feedback Regimes for a Single Mode Semiconductor Laser with Weak Optical Feedback, IEEE. J.QE. Vol: 24, pp 1245..., 1988.
- [55].J. O. Binder and G.D. Cormack, Modeselection and Stability of a Semiconductor Laser with weak Optical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 25 pp. 2255...,1989.
- [56].J. Mark, and B. Tromborg, The Mechanism of Modeselection for an External Cavity Laser, IEEE. Photon. Tech. Lett. Vol: 3 , pp. 21.. , 1990.
- [57].K. Vahala, C. Harder and A. Yariv, Observation of Relaxation Resonanse Effets in the Field Spectrum of Semiconductor Laser, Apply. Phys. Lett. Vol: 42, pp. 211., 1983.
- [58].D. Halford, Infared Microwave Frequency Synthesis Design Some Relevant Conceptual noise aspects, IEEE. J.QE. .Vol: 25 pp. 2285...., 1989.
- [59].K.J.Ebeling, Integrated Optoelectronics. Springer - Verlag Berlin 1993.
- [60].C.H. Hery, Phase Noise Semiconductor Lasers, J. LT. Vol: 4 pp. 431.. ,1986.
- [61].H. R. Telle , Narrow Linewidth Laser Diodes with Broad Continuous Tuning Range Apply. Phys. B. Vol:49 pp.217 1989.
- [62].J. S. Cohen , R. R. Drenten and B. H. Verbeck , The Effect of Optical Feedback on the Relaxtion Oscillation in Semiconductor Lasers, IEEE.J.QE.Vol:24, pp.1989.. ,1988
- [63].Y. A. Bykovskii, V. L. Velichanskii, I. G. Goncharov, and V. A. Maslov, Frequency Stabilization of a GaAs Injection Laser by Means of an external Fabry-Perot Resonator, Sov. Phys. JEPT. Vol:30, pp. 605..., 1970.
- [64].C. I. Nelsen and L. H. Osmundsen, New Approach Toward Frequency Stabilization of Linewidth Narrowed Semiconductor Laser, Electron. Lett. Vol: 19, pp. 644..., 1983.
- [65].F. Favre and D. LeGuen , Spectral Properties of the Semiconductor Laser Couple to Single Mode Fiber Resonator, IEEE. J.QE. .Vol: 21 pp. 1937... ,1985.
- [66].M. Ohtsu and S. Kotajima , Linewidth Reduction of the a Semiconductor Laser by Electrical Feedback, IEEE. J.QE. .Vol: 21 pp. 1912... ,1985.
- [67].Y. Yamamoto, O. Nilson and S. Saito, Theory of a Freqency Feedback Semiconductor Laser, IEEE. J.QE. Vol: 21 pp. 1919... ,1985.

- [68].M. Ohtsu, M. Murata, and M. Kouregi, FM Noise Reduction and Subkilohertz Linewidth Reduction of an AlGaAs Laser by Negative Optical Feedback, IEEE. J.QE. Vol: 26 pp. 231...,1990.
- [69].D.R. Hjelme, A.R. Mickelson , L. Hollberg, and R. Drullinger, Frequency Stabilization of the Semiconductor Laser by Resonant Optical Feedback, Op. Lett. Vol 12, pp 357..., 1987.
- [70] Busgang, J.J, Ehrman, L, and Graham, J.W. Analysis of nonlinear systems with inputs, Proc. IEEE, Vol 62, pp.1088..1118, 1974.
- [71].E. Bedrosian and S. R.Rýce, The Output Properties of Volterra Systems, Proc. IEEE, Vol .1 59 No 12 pp.1088..1118, 1971.
- [72].M. Schetzen, The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems. Wiley, New York, 1980,
- [73].M. Schetzen, The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems, Robert E. K. Pub. Com. Malabar Florida 2.Ed. 1989.
- [74].V.Volterra, Theory of Functionals and of Integral and Integro-Differential Equations, Dover Pub. Inc, New York, 1959.
- [75].I.W. Sandberg, The Mathematical Foundations of Associated Expansions for Mildly Nonlinear Systems, IEEE.Trans. CAS-30, No.7, 1983.
- [76].I. W. Sandberg, Volterra-Like Expansions for Solution of Nonlinear Integral Equations and Nonlinear Differential Equations, IEEE.Trans. CAS-30, No.2, 1983.
- [77].H. Nijmeijer, A. J. Vander Schaff, Nonlinear Dynamical Systems, Springer - Verlag, New York, 1990.
- [78].F.C.Fu, J. B. Farison, On the Volterra-series Functional Identification of Nonlinear Discrete-time Systems, Int.J. Control. 18, No. 6 1993.
- [79].M.C, A.A, M.A.T, Transient Analysis of Nonlinear Circuits by Combining Asymptotic Waveform Evaluation with Volterra Series, IEEE.Trans.CAS.42, No.8 1995.
- [80].E.M. W, W.J. Rugh, The Identification Problem for the Nonlinear Systems, IEEE. Trans. CAS.24, No.3 1977.
- [81]. E.M. W, W.J. Rugh, Further Results on the Identification Problem for the Nonlinear Systems, IEEE. Trans. CAS.23, No.2 1976.
- [82].I. W. Sandberg, Expansions for Nonlinear Systems, B.S.J.T. Vol.:61, No:2 , 1982.
- [83]. R.Y., I. W. Sandberg, Volterra-Like Expansions for Solution of Nonlinear Differential Equations, IEEE.Trans. CAS-32, No.2, 1985.
- [84]. N.S. G., S.C.M, E.W. M, On the Volterra and Other Nonlinear Models of Interacting Populations, Academic Press. New York, 1971.
- [85].Z. Lang, S.A. Billings, Output Frequency Characteristics of Nonlinear Systems, Int. J. Cont. Vol.64, No.6, pp. 1049....., 1996

- [86].T.A.Burton, Volterra Integral and Differential Equations vol:167 Academic Press, New York 1989.
- [87].R.R. Mohler, Bilinear Control Processes, Vol:106 Academic Press New York 1973.
- [88].S.P. Banks, Control System Engineering, Prentice - Hall New York 1993.
- [89].A. Isodory, Nonlinear Control Systems, Second Edition Springer - Verlag New York 1989.
- [90].H.K. Khalil, Nonlinear Systems, Macmillan Pub.Com. New York 1992.
- [91]. J.C. Peyton Jones and S.A. Billings, Interpolation of Non-linear Frequency Response Functions, Int. J. Cont. Vol.52, No.2, pp. 319....., 1990
- [92].C. Hayashi, Nonlinear Oscillation in Physical Systems, McGraw-Hill New York 1964.
- [93]. L.O.C., Y.S.T, Nonlinear Oscillation Via Volterra Series, IEEE..CAS.29, No.3 1982.
- [94].C. L, A.J.K, The Existence and Uniqueness of Volterra Series for Nonlinear Systems, IEEE.Trans. AC. 23 No. 6 1978.
- [95]. J.W and F. F., Analysis of Nonlinear Differential Equations by the Volterra Series, Int.J. Control. 3, No.1 1966.
- [96].S.A. Billings and J.C. Peyton Jones, Mapping Nonlinear Integro-differential Equations into the Frequency Domain, Int. J. Cont. Vol.52, No.4, pp. 863....., 1990
- [97].D.P. Atherton, Nonlinear Control Engineering, Van Nostrand Reinhold, New York 1982.
- [98].S.P. Banks, Mathematical Theories of Nonlinear Systems, Academic Press, New York 1989.
- [99].K. Godfrey, Perturbation Signals for System Identification, Prentice Hall New York 1993.
- [100].J.A. Murdock, Perturbation Theories, J. Wiley New York 1991.
- [101].S.A. Billings and J.C. Peyton Jones, A Bound for Magnitude Characteristics of nonlinear Output Frequency Response Functions, Part 1: Analysis and Computation, Int. J. Cont. Vol.65, No.2, pp. 309...., 1996
- [102].S.A. Billings and J.C. Peyton Jones, A Bound for Magnitude Characteristics of nonlinear Output Frequency Response Functions, Part 11: Practical computation of the bound for systems described by the nonlinear Autoregressive Model with Exogenous Input, Int..J. Cont. Vol.65, No.3, pp. 365..., 1996
- [103].G.P. Lu, V.K. and S.A. Billings, Stable sequential Identification of continuous Nonlinear Systems by Growing Radial Basis Function Networks, Int..J. Cont. Vol.65, No.1, pp. 69..., 1996
- [104].H. Zhang and S.A. Billings, Gain Bounds of higher- order Nonlinear Transfer Functions, Int..J. Cont. Vol.64, No.4, pp. 767..., 1996
- [105].S.B., Y.S.T., L. O. Chua, Measuring Volterra Kernels, IEEE. CAS- 30, No. 8, 1983.
- [106].I.W. Sandberg, A Frequency-Domain Condition for the Stability of Feedback Systems Containing a Single Time Varying Nonlinear Element, B.S.J.T. Vol.43. pp.1601.. 1964.

- [107].J.C. P. Jones, Mapping nonlinear Integro-differential Equations to a Generalized Describing Function Form, Int..J. Cont. Vol.65, No.1, pp. 69.., 1996,
- [108].J.C.P. Jones, S.A.Billings, Describing Function , Volterra Series, and the analysis of nonlinear systems in the Frequency Domain, Int..J. Cont. Vol.54, No.4, pp. 871.., 1991.
- [109].H. Bruner, P.J. Houven, The Numerical Solution of Volterra Equations, CWI Monographs, North - Holland 1986.
- [110].H. Z., S.A.Billings and O.M.Zhu, Frequency Response Function for Nonlinear Rational Models, Int..J. Cont. Vol.61, No.5, pp. 1073.., 1995.
- [111].L.R. H.G. W, Nonlinear Dynamics of Semiconductor Laser Arrays; A Mean Field Model, IEEE. QE. Vol.30 No.6 1994.
- [112].Rugh, On a Multidimensional S-Transform and the Realization Problem for Homogeneous Nonlinear Systems, IEEE. Trans. AC.22 No.5, 1977.
- [113].L.O. Chuo, Device Modelling Via Basic Nonlinear Circuits Elements, IEEE. Trans. CAS.27 No.11, 1980.
- [114].L.A. Glasser, A Linearized Theory for the Diode Laser an External Cavity, IEEE. QE. 16 No.5 1980.
- [115].H.K, T.I, M.M, Pitchfork Bifurcation Polarization Bistability in Laser Diodes with External Cavities, IEEE. QE.31 No.3, 1995.
- [116].M.T.A.T, Nonlinear Distortion Performance of Semiconductor Laser Diodes Influenced by Coherent Reflected Waves, J. LT.3 No.6, 1985.
- [117].M.T.A.T, Carrier-to-Intermodulation Performance of Multi FM/FDM Carriers Through a GaAlAs Heterojunction Laser Diode, IEEE. COM.33 No. 3, 1985.
- [118].M.T.A.T, Harmonic and Intermodulation Distortion in GaAlAs Heterojunction Laser Diodes, Int.J.Elec. 54, No.4, 1983.
- [119].M.T.A.T, Intermodulation Owing to Quantisation of Two Carrier Level SCPC System, IEE. Proc.Vol.132. Pt.G. No.2, 1985.
- [120].M.T.A.T, Intermodulation Spectra for Two Carrier Level SCPC System, IEE. Proc.Vol.132. Pt.G. No.1, 1983.
- [121].M.T.A.T, Prediction of Nonlinear Distortion Due to Acousto-optic Interaction, IEE. Proc.Vol.134. Pt. J. No.1, 1987.
- [122].D.C, E, D.R, D.L, Identifying Linear Models of Systems Suffering Nonlinear Distortions, CAS Vol.29, No.5 1990
- [123].R.K. Miller, Nonlinear Volterra Integral Equations, W.A.Ben.Inc. Merlo Part, California 1971.A Gas Turbine Application, IEE. Proc.Cont. Vol.142. . No.3 1995.
- [124].P.Iannone, T.E. Darcie, Multichannel Intermodulation Distortion in High-Speed GaInAsP Laser, Eleet. Lett.Vol: 23, No:25, pp..1361..1362 , 1987

- [125].T.E. Darcýe, R.S.Tucker, Intermodulatýon and Harmonic Distortion in InGaAsP Lasers, Elect. Lett. Vol:21, No:16, pp 665, 1985
- [126].K.Y.Lau, A.Yariv, Intermodulation in a Directly Modulated Semiconductor Ýnjection Laser, Appl. Phys. Lett 45 (10), 15 November 1984.
- [127].J.L.B., G.Yabre, FM and IM Intermodulation Distortion in Direcly Modulated Single Mode Semiconductor Lasers, IEEE. QE.40 No.4, 1994.
- [128].R. Nagarajan, S.Levy and J. E. Bowers, Milimeter Wave Narrowband Optical Fiber Links Using External Cavity Semiconductor Lasers, LT,Vol:12, No:1, 1994.
- [129].J. Wang, M.K. Haldar and F.V.C.Mendis, Formula For Two carrier Third-order Intermodulation Distortion in Semiconductor Laser Diodes, Elect. Lett. Vol:29, No:15, pp1341..1343, 1993.
- [130].S.I.Wang, S.K.Dutta, Intermodulation and Harmonic Distortion in Distributed Feedback Lasers, Elect. Lett. Vol:25, No:13, pp 850...851, 1989.
- [131].J.J.O'Reilly, H.M. Salgado, Distortion Analysis of Semiconductor Lasers :A Caution, Elect. Lett. Vol:26, No:16, pp 1273...1275, 1990.
- [132].K. Alemeh, R.A. Mýnasýan, Optimum Optical Modulation Index of Laser Transmitters in SCM Systems, Elect. Lett. Vol:27, No:11, pp 946. 947, 1991.
- [133].M.K. Haldar, P.S. Kooi, F.V.C. Mendis, Generalized Perturbation Analysis of Distortion in Semiconductor Lasers, J.Appl.Phys. 71 (13) pp 1102...1108, 1992
- [134]. J. Helms, Ýntermodulation Distortions of Broad-Band Modulated Laser Diodes, IEEE. J.LT. Vol:10 No:12 pp 1901...1906, 1992.
- [135]. J. Helms, Ýntermodulation and Hanmonic Distortions of Laser Diodes with Optical Feedback, IEEE. J.LT. Vol:9 No:11 pp 1567...1575, 1991.
- [136]. H.M. Salgado, J.J.O'Reilly, Performance Assessment of Fm Broadcast Subcarrier-Multiplexed Optical Systems, IEE. Proc.-J, Vol:140, No:6, pp 397...403, 1993.
- [137]. H.M. Salgado, J.J.O'Reilly, Experimental Validation of Volterra Series Nonlinear Modeling For Microwave Subcarrier Optical systems, IEE. Proc.-Optoelectron., Vol:143, No:4 pp 209..213, 1996.
- [138]. H.M. Salgado, J.J.O'Reilly, Accurate Performance Modeling of Subcarrier Multipxed Fiber/ Radio Systems: Implications of Laser Nonlinear Distortion and Wide Dynamic Range, IEEE. Trans. COM. Vol:44, No:8 pp 988...996, 1996