

VOLTERRA SERİSİ

Prof. Dr. Remzi YILDIRIM

2016-AYBÜ-ANKARA

VOLTERRA SERİSİ

(DERS NOTU)

Prof. Dr. Remzi YILDIRIM

2016-AYBÜ-ANKARA

4.2.Volterra Serilerinin Temelleri

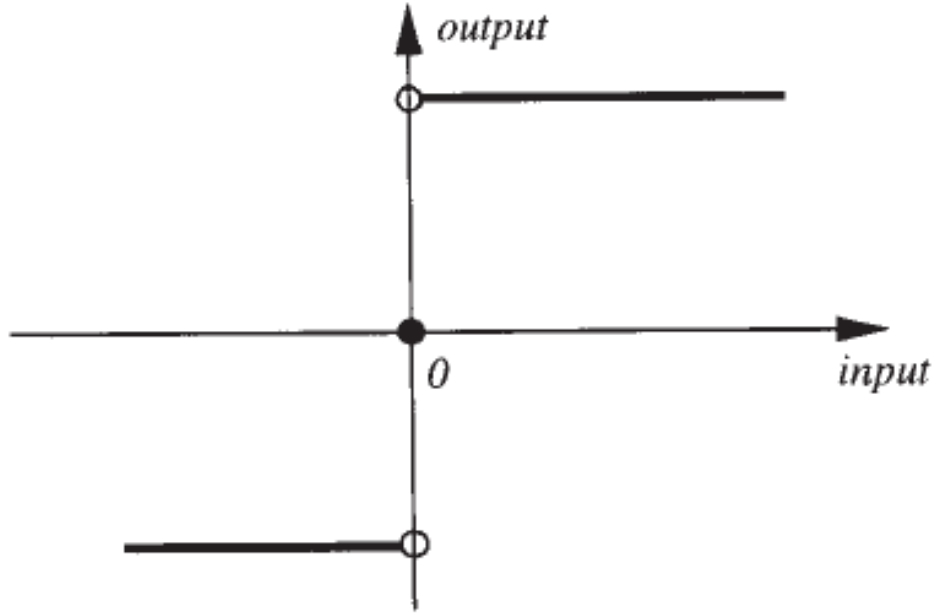
Hem zaman etki alanında, hemde frekans alanı içinde Volterra serisinin temellerini kısaca bu bölümde açıklayacağız.

Volterra serileri; birinci dereceden doğrusal sistemlerin zayıf doğrusal olmayan sistemlerin teorisinin bir uzantısı olarak da görülebilir.Volterra serilerinin açıklaması olarak böyle bir sistemin farklı sırada farklı operatörlerin birleşimi olarak kabul edilir ve Şekil 4.1’de gösterilir.

Bir doğrusal olmayan sisteme çok düşük genlikli bir giriş sinyali verildikten sonra çıkışın doğru hesaplanması için hangi lineer davranışta olduğu, blok tarafından H_1 temsil sistemi, sadece birinci dereceden davranış olarak tanımlanabilir. Bu blok doğrusallaştırılmış devrenin frekans alanındaki transfer fonksiyonudur.

Ne zaman giriş genliği artarsa, çıkış sinyalinin önemli bir parçası doğrusal olmayan etkilere neden olur. Yeterince düşük giriş genlikleri için bu doğrusal olmayan etkiler doğru bir hesaplama ikinci ve üçüncü dereceden etkiler, Şekil 4.1’deki operatörleri H_2 ve H_3 tarafından modellenmiştir. Toplam çıkış her operatörün çıkışlarının toplamıdır.

Doğrusal olmayan bir sistem modelinin kabaca çıkış sinyali bir ayrıştırma için farklı harmonik içinde karşılık gelen sınırlı genlik bir sinüs dalgadır. N’inci harmonik öncelikle Şekil 4.1’deki n’inci dereceden operatör tarafından belirlenir. Lineer devreler için, analiz zaman etkisi yanı sıra frekans alanında yapılabilir. Doğrusal olmayan sistemler için Volterra serisinin kullanımı analitik fonksiyonlar için Taylor serisi kullanımı ile karşılaştırılabilir.



ŞEKİL 4.2 Volterra serisiyle karakterize edilen bir sistemin şematik gösterimi

Giriş sinyali 0 olduğunda çıkışta 0 olur. Herhangi bir girişte de iki yönde +1 veya -1 çıkışı verir. Bundan dolayı güçlü bir doğrusal olmayan etkinin varlığı açıktır.

4.2.1 Volterra operatörleri

İkinci dereceden doğrusal olmayan bir sistem yerine kısaca, ikinci dereceden nonlinearity denebilir. İkinci dereceden nonlinearity olan nihai iki sinyal benzerdir, ve bu sistem ikinci dereceden sinyalleri üretmektedir. Üçüncü dereceden nonlinearity'de, üç sinyali de benzerdir, onları birleştiren bir üçüncü sinyali üretmek için çarpır. Sinyallerin birleşimi sadece bir çarpma olabilir, ama Bölüm 4.1.1 ve 4.1.3 bize sinyallerin daha karmaşık bir şekilde kombine edilebileceğini göreceksiniz.

Bir frekans w_1 tek bir sinüsoidal sinyal olup ikinci nonlinearity uygulanır. Şimdi varsayalım $w_1 + w_2 = 2w_1$ ve $w_1 - w_2 = 0\text{Hz}$ olur. Bu durumda ikinci dereceden

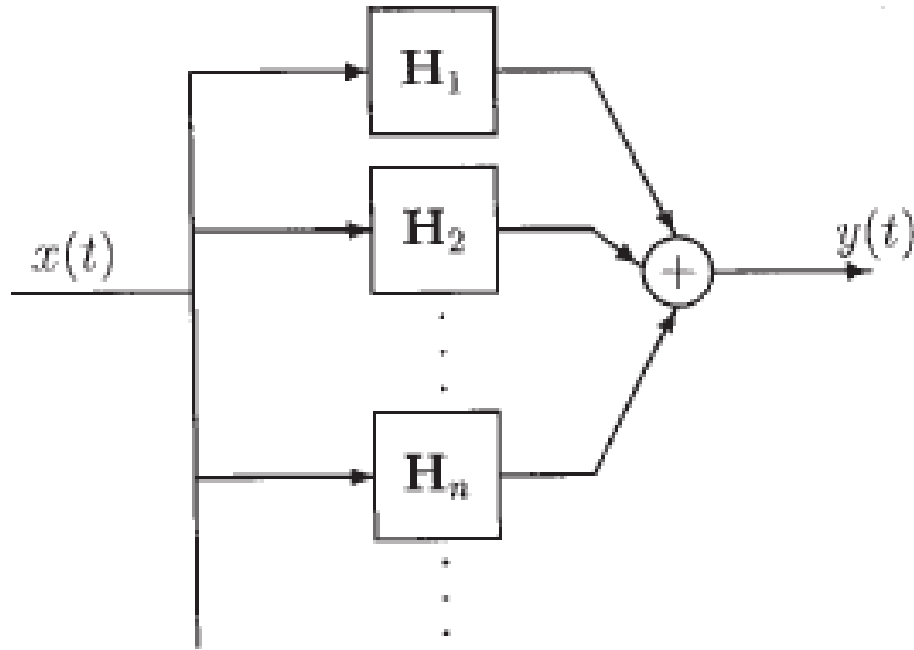
nonlinearity ikinci dereceden sinyali üretmek için iki kez bu sinyal birleştirir. $w_1 + w_2$ ve $|w_1 - w_2|$ şeklinde üretilir.

Bu iki frekans w_1 ve $3w_1$ diye adlandırılır.

Basit bir doğrusal olmayan sistemde, aynı frekanslardaki bileşenleri elde etmek yukarıdaki hususlar ile yapılabilir.

4.2.2 Zaman Alanının Temelleri

Şekil 4.1'de lineer olmayan bir sistemin Volterra serisi modeli ile birkaç Volterra operatörlerinin paralel olarak oluşumu gözükmemektedir. Önceki bölümde niteliksel bir giriş sinyaline böyle operatörlerin hareketleri açıklandı. Bu bölümde bir kantitatif şekilde bu açıklanacak.



Şekil 4.1 Volterra serileri ile karakterize edilen bir sistemin şematik gösterimi

Giriş sinyali Volterra operatörleri için

$$\mathbf{H}_2[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2$$

şeklinde verilmiştir.

Bu iki integral ayrılmaz ve iki boyutlu bir integral olarak kabul edilmektedir. Burada doğrusal bir sistem ile benzerlik görmekteyiz: $h_2(\tau_1, \tau_2)$ olduğunda bu ikinci dereceden Volterra çekirdeği olarak adlandırılır. Üçüncü dereceden bir Volterra çekirdeği düşünecek olursak.

Bu Volterra operatörü:

$$\mathbf{H}_3[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) x(t - \tau_3) d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \quad (4.2)$$

şeklinde verilir.

N.dereceden Volterra operatörü ise;

$$\mathbf{H}_n[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) x(t - \tau_1) x(t - \tau_2) \cdots x(t - \tau_n) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n \quad (4.3)$$

şeklinde verilir.

N.dereceden Volterra'nın çekirdeği $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ şeklinde gösterilir.

Şimdi Volterra serisi doğrusal olmayan sistemin çıkış biçimciliği ile bir çıkış ile birinci sırada Volterra operatörünün çıkış toplamı olarak temsil edilir ve şekil 4.1'de gösterilmiştir.

Denklem 4.1, 4.2 ve 4.3'ten denklem 4.4 elde edilir.

$$y(t) = \mathbf{H}_1[x(t)] + \mathbf{H}_2[x(t)] + \mathbf{H}_3[x(t)] + \dots + \mathbf{H}_n[x(t)] + \dots \quad (4.4)$$

Bu eşitlik doğrusal olmayan bir sistemin Volterra serileri ile gösterimidir.

Şimdi n.dereceden volterra çekirdeğini $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ daha detaylı şekilde inceleyelim. Bu çekirdek, her zaman simetriktir, yani çekirdeğin değerini argümanların yer değiştirmesi etkilemez. Bu bölümde kullanılacak olan tüm volterra serileri aksi belirtilmedikçe simetrik olarak varsayılacaktır.

Bundan dolayı giriş geleceğe bağlıdır.

Herhangi bir negatif argüman için Volterra çekirdekleri sıfıra eşittir:

$$h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = 0 \quad \text{for any } \tau_j < 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.5)$$

Haydi şimdi de bir Volterra serisinin şeklini düşünelim. Volterra serisi bir güç serisidir, bu durum bir faktör tarafından girişin a değerini değiştirilerek görülebilir. Yeni giriş $ax(t)$ olur ve bu eşitlik 4.3 ve 4.4 'ten;

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{H}_n[ax(t)] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} a^n \mathbf{H}_n[x(t)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

şeklinde bulunur.

Ayrıca, Volterra serileri bellekli serilerdir ve bundan dolayı güç serisi olarak gösterilir. Eger sistem 4.4'deki Volterra eşitliği ile tanımlanırsa bellekli değildir.

$$h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = 0 \quad \text{for any } \tau_j > 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4.7)$$

ve volterra serileri güç serilerine indirgene bilir.

$$y(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} h_n(0, 0, \dots, 0) x^n(t) \quad (4.8)$$

Gücünü dizi karakterinin bir sonucu olarak, bazı problemlerde Volterra serilerinin kullanımı ile ilişkili sınırlamalar vardır. Tıpkı bir fonksiyonun Taylor serisi temsil ile yaklaşma sorunları oluşabilir.

Bunun yerine bu sinyallerin dikkatle ele alındığı devrelere uygulandığı kabul edilecektir, bunun için yeterli küçük bir Volterra serisi yakınsar. Bu çoğu durumda gerçekçi bir kabuldür.

4.2.3 Frekans Alanı Gösterimi

Bir doğrusal sistemin çıkışı, zaman alanında gösterilen bir sistemin impuls cevabı ile giriş sinyalinin alanının temsilinin hesaplanabilir olduğunu biliyoruz. Doğrusal bir sistemin frekans düzleminde ki sonucu Fourier dönüşümü yapılarak hesaplanabilir. Bu yaklaşım doğrusal olmayan sistemlere de uygulanabilir. n.dereceden Volterra çekirdekleri n.dereceden dürtülerle birlikte kabul edilebilir. Eğer doğrusal bir sistem ile paralel düşünürsek, Fourier'in n inci dereceden Volterra operatörünün çıkış dönüşümü n'inci dereceden Volterra çekirdeğinin Fourier dönüşümü içerir.

Öncelikle frekans alanında n.dereceden bir volterra çekirdeğinin çok yönlü laplace ve fourier dönüşümlerini tanımlamak gerekir. n.dereceden bir volterra çekirdeğinin laplace dönüşümü n.dereceden nonlinear transfer fonksiyonu yada n.dereceden çekirdek transformun olarak adlandırılır.

Doğrusal transfer fonksiyonu ile n.dereceden Volterra çekirdeleri benzerlik gösterir. Çoğu zaman, hiçbir karışıklık yoktur, çekirdeğin frekans temsiline bir Volterra çekirdeği denir. n'inci dereceden çekirdek tam bir frekans alanı ile temsil edilirse n frekans değişkenleri gerektirir ve n zaman değişkenleri, bir işlemdir.

Çekirdeği $H_n(s_1, \dots, s_n)$ $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ olan $H_n(s_1, \dots, s_n)$ 'nin çok boyulu Laplace dönüşümü şu şekilde

$$H_n(s_1, \dots, s_n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) e^{-(s_1\tau_1 + \dots + s_n\tau_n)} d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (4.9)$$

verilebilir.

Buradaki $s_i = \sigma_i + j\omega_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) karmaşık bir sayıdır.

Cok boyutlu Fourier dönüşümü de tüm σ_i degerlerinin 0'a eşitlenmesi yoluyla Laplace dönüşümünden elde edilir.

Buradan da şu sonuca varılır ki; zaman düzleminde simetrik olan n.dereceli bir transfer fonksiyonu da simetriktir. Bu aslında çok doğal: doğrusal olmayan bir operatör farklı uygulanan frekansları ayırt edemez. Simetrik n.dereceden transfer fonksiyonları kendi karmaşık eşlenik frekans iddiaları ise işareti değiştirilerek elde edilebilir.

$$H_n(-j\omega_1, -j\omega_2, \dots, -j\omega_n) = H_n^*(j\omega_1, j\omega_2, \dots, j\omega_n) \quad (4.10)$$

Doğrusal transfer fonksiyonu ile n.dereceden doğrusal olmayan transfer fonksiyonu esdegerdir ve bir sinüs ile uyarılması sonucu n dereceli sisteminin çıkışı bulunabilir. Örneğin şekil 4.1'deki H_2 operatörü ikinci derecedendir.

$$\begin{aligned} y_2(t) &= \frac{A_x^2}{2} \text{Re} (H_2(j\omega_x, j\omega_x) e^{j2\omega_x t}) + \frac{A_x^2}{2} \text{Re} (H_2(j\omega_x, -j\omega_x)) \\ &= \frac{A_x^2}{2} |H_2(j\omega_x, j\omega_x)| \cdot \cos(2\omega_x t + \arg(H_2(j\omega_x, j\omega_x))) + \frac{A_x^2}{2} H_2(j\omega_x, -j\omega_x) \end{aligned} \quad (4.11)$$

$2\omega_x$ frekansında ikinci dereceden sistemin çıkışı sinusoidal ve sürekli. Hafızasız ikinci dereceden doğrusal olmayan bir sistemin frekans bileşenleri Bölüm 2’de ayrıntılı şekilde anlatılmıştır. Bu sinusoidal sinyallerinin toplamının bulunması işi ise bölüm 4.4’e bırakılmıştır.

Doğrusal olmayan sistemler için üçüncü dereceden volterra operatörlerinin sinusoidal çıkışlarını Ek-B’de bulabilirsiniz. 3.dereceden doğrusal olmayan transfer fonksiyonu $H_3(s_1, s_2, s_3)$ na eşittir.

$$\begin{aligned} y_3(t) &= \frac{A_x^3}{4} \operatorname{Re} (H_3(j\omega_x, j\omega_x, j\omega_x)e^{j3\omega_x t}) + \frac{3A_x^3}{4} \operatorname{Re} (H_3(j\omega_x, j\omega_x, -j\omega_x)e^{j\omega_x t}) \\ &= \frac{A_x^3}{4} |H_3(j\omega_x, j\omega_x, j\omega_x)| \cdot \cos(3\omega_x t + \arg(H_3(j\omega_x, j\omega_x, j\omega_x))) \\ &\quad + \frac{3A_x^3}{4} |H_3(j\omega_x, j\omega_x, -j\omega_x)| \cdot \cos(\omega_x t + \arg(H_3(j\omega_x, j\omega_x, -j\omega_x))) \end{aligned} \quad (4.12)$$

ve buradan da frekans bileşenleri $3\omega_x$ ve ω_x şeklinde olur. İkinci seviyeden doğrusal olmayan sistemlerde olduğu gibi hafızasız üçüncü dereceden doğrusal olmayan sistemlerin frekansları da Bölüm 2’de yer almaktadır.

Bölüm 2 de ve Volterra serilerinden elde edilen sonuçların farkı ise genel olarak şu şekilde verilebilir: $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$ ve $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ ‘nin fourier transformu karmaşık sayılara eşit iken Bölüm 2’deki temel hesaplamalarda hiç ele alınmamıştır. Bu durum ilerde 4.3.1 ve 4.3.2’de anlatılacaktır, bununla birlikte $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$ ve $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$,nin Fourier dönüşümleri ise Bölüm 5’te anlatılacaktır.

Ve burada tekrar ediyoruz ki birinci dereceden sistemlerin sinusoidal $A_x \cos \omega_x t$ karşılığı şöyle verilebilir;

$$\begin{aligned}
y_1(t) &= A \operatorname{Re} (H_1(j\omega_x)e^{j\omega_x t}) \\
&= A |H_1(j\omega_x)| \cos (\omega_x t + \arg(H_1(j\omega_x)))
\end{aligned} \tag{4.13}$$

4.2.4 Zayıf Doğrusal Olmayan Devre Davranışı

Bu noktada zayıf doğrusal olmayan devrelerin Volterra serileriyle olan tanımına gelebiliriz. En genel tanımıyla; eğer bir devre volterra serileriyle gösterilebiliyorsa verilen girişe karşılık zayıf bir nonlinearite vardır. Buna rağmen birçok durumda volterra sistemleri ortalama giriş seviyelerinde çok düzgünce tanımlanmalıdır.

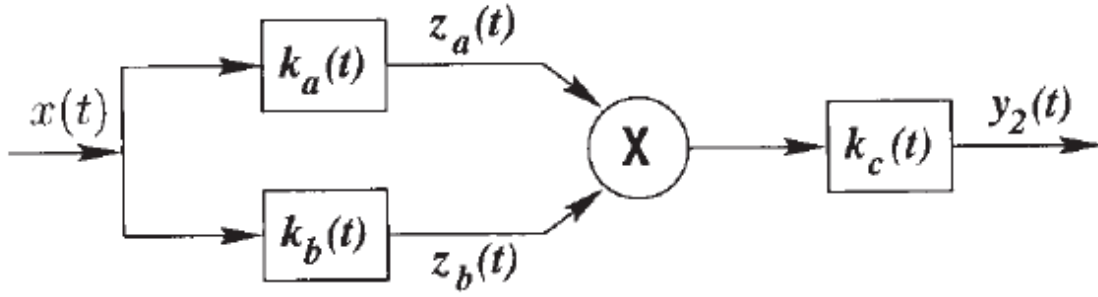
Genel ve pratik olarak adlandırılan her iki tanımda da sorunun bir kez daha Volterra çekirdeklerini birleştirmek olduğunu görülür. Bu nedenle, doğrusal olmayan davranışlar daha genel tanımı yerine analog entegre devreler de daha kısıtlayıcı pratik tanım kullanılabilir.

4.3 Volterra Çekirdeği Örnekleri

Volterra serilerinin matematiksel tanımları önceki bölümlerde verilmiştir. Bu bölümde de birkaç örnekle vererek bunları açıklayalım.

4.3 Temel 2.dereceli Sistemler

Bu bölümde Şekil 4.1'deki 2.dereceden Volterra operatörlerinin genel blok diyagramı ile olan gösterimine konsantre olacağız. 2.dereceden nonlinearite iki sinyalden oluşur. Genel olarak ikinci dereceden sistemler Şekil 4.3'te gösterilmektedir.



Şekil 4.3 Bu şekilde 2.dereceden bir sistem operatörünün blok-diyagramı gösteriliyor.

Bu basit ikinci dereceden bir sistem ikinci dereceden nonlinearity ise bir çalışma grubunu genel olarak açıklanması gerekirse şöyledir: Gelen sinyal $x(t)$ ilk iki doğrusal blok için impuls cevabı olan $k_a(t)$ ve $k_b(t)$ sırasıyla çıkışları $z_a(t)$ ve $z_b(t)$ olur. Bu sinyaller doğrusal sistemlerin impuls cevabı $K_c(t)$ ile karakterize edilebilen linear sistemlerdir. Doğrusal sistemin genel çıkış $y_2(t)$ 'dir.

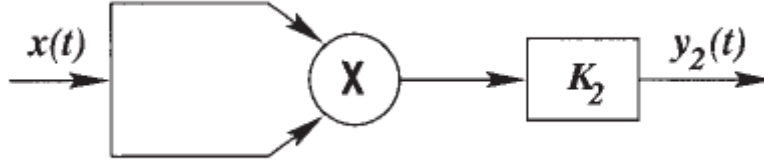
Okuyucu için verilmiş olan Şekil 4.3'teki temsili bir genel blok olan blok mutlaka fiziksel "alt blok" pratik bir doğrusal olmayan devreye karşılık gelmez ve temsili olduğu bilinmelidir. Bu blok şeması sadece 2. dereceden nonlinear operatörün nasıl olduğunu genel olarak açıklamak için kullanıldı. 2.dereceden bir Volterra çekirdeğinin aşağıdaki gibi olduğunu kanıtlamak çok da zor değil.

$$h_2(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_c(\sigma) k_a(\tau_1 - \sigma) k_b(\tau_2 - \sigma) d\sigma \quad (4.14)$$

Bu kitapta Fourier dönüşümleri yaptığımız frekans düzlemiyle daha çok ilgileneceğiz. $H_2(\tau_1, \tau_2)$ 'nin Fourier dönüşümü $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$ şeklinde gözükür ve biraz cebirsel işlemle:

$$H_2(j\omega_1, j\omega_2) = K_a(j\omega_1) K_b(j\omega_2) K_c(j\omega_1 + j\omega_2) \quad (4.15)$$

Buradaki $K_a(j\omega)$, $K_b(j\omega)$ ve $K_c(j\omega)$ doğrusal alt sistemleri sırasıyla $k_a(t)$, $k_b(t)$ ve $k_c(t)$ 'ye bağlıdır.



Şekil 4,4: Basit bir belleksiz ikinci dereceden sistemin Blok-diyagramı ile gösterimi.

Şekil 4.3 ve Şekil 4,4 karşılaştırıldığında, bu bağlantının yanıtını hiç bir sinyal değiştirmez. Dolayısıyla, denklem (4.15) için Şekil 4.4'teki Fourier dönüşümü sistem tarafından şöyle verilir:

$$H_2(j\omega_1, j\omega_2) = K_2 \quad (4.16)$$

Bu belleksiz doğrusal olmayan devre ikinci sırada çekirdek (yani kapasitif veya endüktif etkiler anlamına gelir) olan giriş-çıkış ilişkisi formun bir kuvvet serileri tarafından açıklanması için;

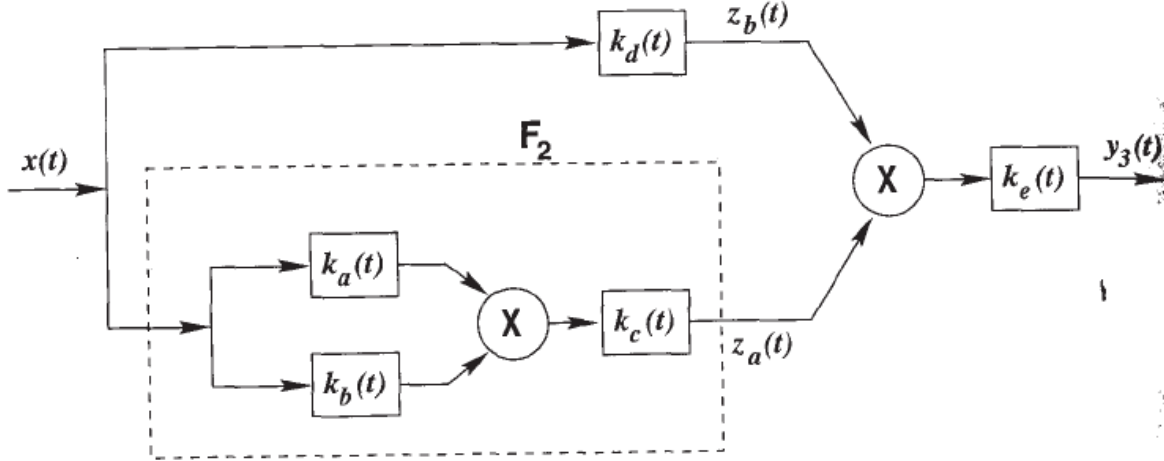
$$y(t) = K_1 x(t) + K_2 (x(t))^2 + K_3 (x(t))^3 + \dots \quad (4.17)$$

ikinci dereceden dönüşümü K_2 olur.

4.3.2 Temel 3.dereceli sistemler

Önceki bölümde Volterra operatörünün genel blok şeması temsili olarak verilmişti şimdi ise benzer şekilde üçüncü dereceli bir sistemi düşünelim. Şekil 4.3 ile ikinci dereceli sistemleri gösterdik, burada iki sinyal çarpımı lineer sistemleri ve çarpanlarını bir blok şemasıyla ele alacağız. Bu üçüncü dereceden sistemin iki tür çarpan gerektireceği açıktır. Üçüncü dereceden sistemler de üçüncü sırada sinyali üretmek için üç sinyalin birleştirilmesi bu şekilde verilir. Üçüncü dereceden bir sistemi sadece iki çarpanı Şekil 4,5 gösterilmiştir. Gösterildiği gibi $x(t)$ ikinci

dereceden bir sistem olan F_2 'nin girişi, $z_a(t)$ F_2 'nin çıkışıdır zaten buradaki F_2 sistemi Şekil 4.3'tekinin benzeridir. Bu sistem hali hazırda 2 sinyal ile çarpılıyor (öyleki impuls cevabı $k_e(t)$ 'dir) ve üç sinyal ile toplanıyor. Bir kez daha altını çiziyoruz



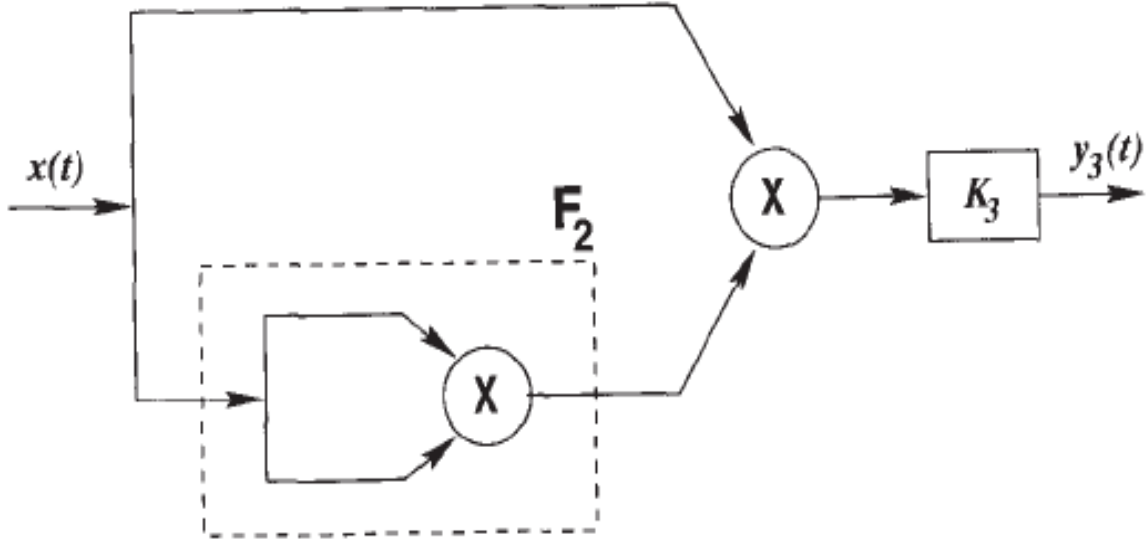
Şekil 4.5: Basit bir üçüncü dereceden sisteminin çalışmasını göstermekte olan blok diyagramın gösterimi

Bu şekildeki parçalar pratik bir üçüncü dereceden nonlinear sistemin “fiziksel” parçaları olmasına gerek yoktur.

Üçüncü dereceden çekirdeğin dönüşümü şöyle verilebilir:

$$H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = K_a(j\omega_1)K_b(j\omega_2)K_c(j\omega_1 + j\omega_2)K_d(j\omega_3)K_e(j\omega_1 + j\omega_2 + j\omega_3) \quad (4.18)$$

Hafızasız bir sistem için Şekil 4.5'teki blok şemasını basitleştirirsek. Bu blokları $k_a(t)$, $k_b(t)$, $k_c(t)$ ve $k_d(t)$ 'nin $k_e(t)$ ile bağlanması ve K_3 'e ölçeklendirilmesiyle yapılabilir. Sonuç olarak elde edilen blok diyagram Şekil 4,6'da gösterilir:



Şekil 4.6: Basit bir üçüncü dereceden hafızasız sistemin blok-diyagramının gösterimi

Önceki bölümlerden 3.dereceden çekirdeğin dönüşümü şu şekilde indirgenebilir.

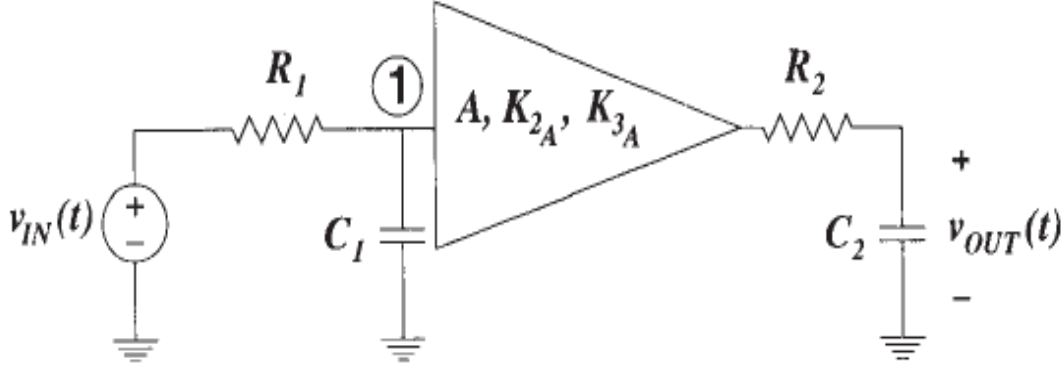
$$H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = K_3 \quad (4.1)$$

Bu sonuç önceki bölümün bilgisi ile tahmin edilebilirdi.

4.3.3 Uygulama: Lineer olmayan bir amplifikatör

Şimdi Şekil 4.7'deki devrenin analizi yapacağız: Bu şekil doğrusal olmayan bir amplifikatör ile giriş ve çıkışında RC devreleri kullanılarak oluşturulmuştur.

Amplifikatörün kendi içindeki kapasitif etkileri ihmal edilmektedir.



Şekil 4.7: RC devresi ve Amplifikatör'den oluşan doğrusal olmayan sistem

Amplifikatör empedansını sonsuz, giriş empedansı ve çıkış empedansının ise sıfır olduğu varsayılır. Amplifikatörün endüktif ve kapasitif etkileri ihmal edilirse, Nonlinear sistemi için frekansa bağlı değil diyebiliriz. Amplifikatörün giriş voltajı ile çıkış voltajı arasındaki ilişki:

$$v_{out}(t) = A v_{in}(t) + K_{2A} (v_{in}(t))^2 + K_{3A} (v_{in}(t))^3 \quad (4.20)$$

Buradan anlaşılyorki amplifikatör nonlinear ve hafızasızdır.

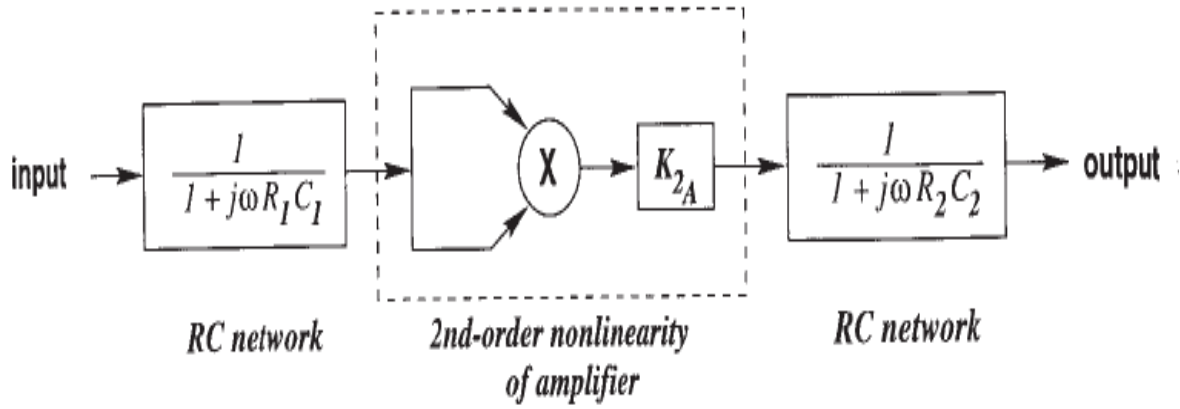
Bu örneği frekans alanında da incelersek, Giriş voltajı V_{in} ve Amplifikatör'ün çıkış voltajı V_1 arasındaki ilişki şöyle olur:

$$\frac{V_1}{V_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega R_1 C_1} \quad (4.21)$$

Bu doğrusallaştırılmış devrenin $H_1(j\omega)$ transfer fonksiyonu şöyle verilebilir:

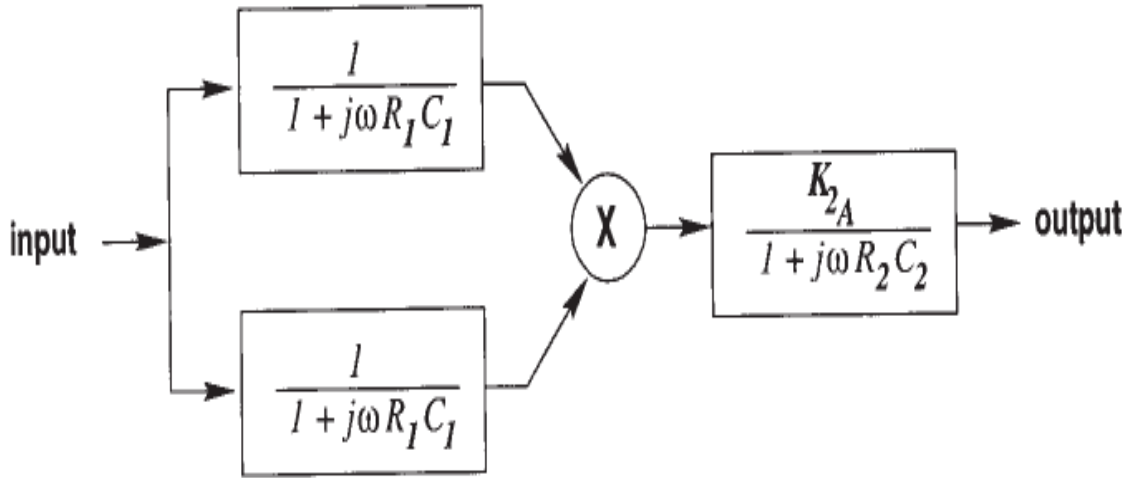
$$H_1(j\omega) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{A}{(1 + j\omega R_1 C_1) (1 + j\omega R_2 C_2)} \quad (4.22)$$

Şimdi bu devrenin ikinci dereceden çekirdek dönüşümüne bakalım. Amplifikatör 'ün ikinci dereceden nonlinearitesinin çekirdeği sıfır değildir. Bu ikinci dereceden nonlinearite C kapasitörü veya RC devresinin çıkışı ile beslenir. Amplifikatör ve ikinci dereceden hafızasız nonlinear sistemin blok şeması Şekil 4.4'teki gibi temsil edilebilir. Bu gösterim ile RC devresini birleştirilmesinden Şekil 4.8'deki gibi bir diyagramı çizebiliriz. Şekil 4.8'ten ikinci dereceden bir sistemin yanıtı hesaplanabilir.



Şekil 4.8: Blok şeması Şekil 4.7 devrenin ikinci dereceden yanıtının hesaplaması için kullanılır.

Açıkçası bu blok diyagram Şekil 4.9'daki gibi dönüştürülebilir. Bu diyagramda ne olduğu kolayca açıklanabilir. Amplifikatör'ün ikinci dereceden nonlinearitesi kapasitörde üretilen ikinci derecen çıkış sinyaline bağlıdır. Bu ikinci dereceden sinyal RC devresinin de çıkışıdır. Bu gösterimde K_{2A} , RC devresinin çıkışıyla birleştirilir. Bu blok diyagramı Şekil 4.3'te açıklanmıştır.

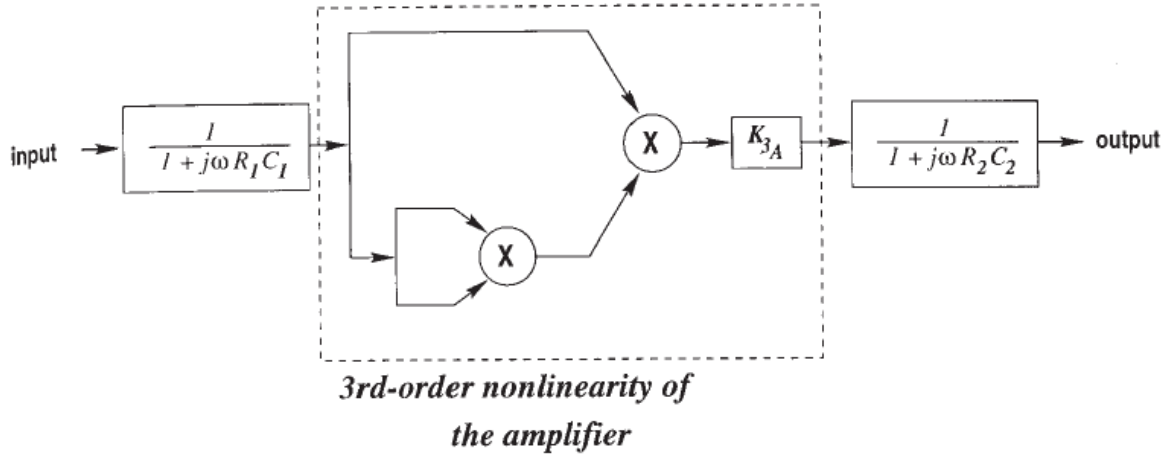


Son olarak ikinci dereceden çekirdeğin dönüşümü $H_2(j\omega_1, j\omega_2)$ şu ifade kullanılarak bulunur:

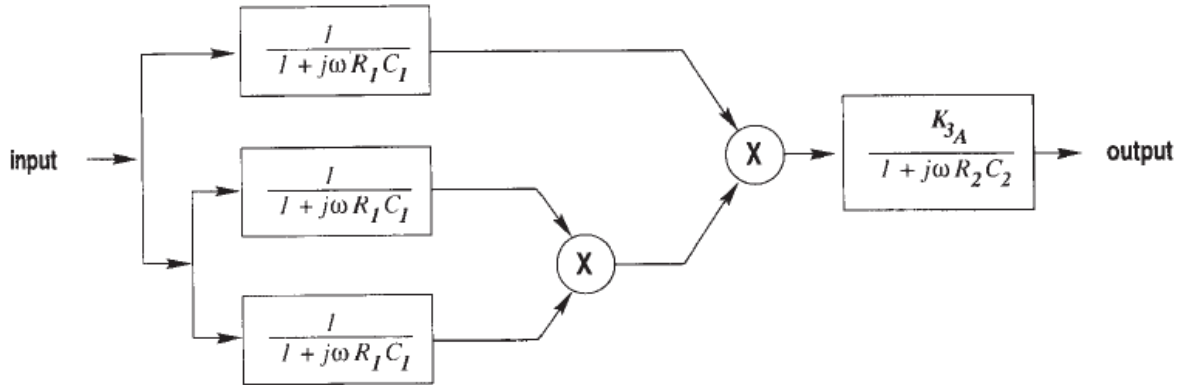
$$H_2(j\omega_1, j\omega_2) = \frac{K_{2A}}{(1 + j\omega_1 R_1 C_1) (1 + j\omega_2 R_1 C_1) (1 + j(\omega_1 + \omega_2) R_2 C_2)} \quad (4.23)$$

Haydi artık üçüncü dereceden linearitesi olan amplifikatör'ün üçüncü dereceden bir çekirdeğinin dönüşümüne bakalım. Bu üçüncü dereceden nonlinearity C_1 kapasitörünün voltajı ile beslenir. Şekil 4.6'daki hafızasız üçüncü dereceden doğrusal olmayan sistemin genel blok gösterimi kullanılarak, şekil 4.9'daki üçüncü dereci yanıt hesaplanabilir.

Bu diyagram şekil 4.11'deki diyagrama dönüştürülebilir ve bu diyagramda şekil 4.5'deki genel gösterimle açıklanabilir.



Şekil 4.10: Şekil 4.7'deki devrenin üçüncü dereceden yanıtının hesaplanması için kullanılan blok diyagramı



Denklem 4.18 kullanılarak $H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3)$ üçüncü dereceden bir çekirdeğin dönüşümü şu şekilde,

$$H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_3) = \frac{K_{3A}}{(1 + j\omega_1 R_1 C_1)(1 + j\omega_2 R_1 C_1)(1 + j\omega_3 R_1 C_1)(1 + j(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3) R_2 C_2)} \quad (4.24)$$

hesaplanabilir.

İkinci ve üçüncü dereceden dönüşümleri sinüzoidal bir sinyal ile hesaplırsak bu sinyal :

$$v_{in}(t) = V_{in} \cos(\omega_x t)$$

Birinci dereceden yanıt : Birinci dereceden yanıt $y_1(t)$ denklem 4.22'deki eşitlikler ve denklem 4.13'teki eşitliklerin birleştirilmesiyle şu şekilde hesaplanabilir.

$$y_1(t) \approx \frac{V_{in} \cdot A}{\sqrt{1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2} \sqrt{1 + \omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \cdot \cos(\omega_x t - \text{atan}(\omega_x R_1 C_1) - \text{atan}(\omega_x R_2 C_2)) \quad (4.26)$$

İkinci dereceden yanıt : İkinci dereceden yanıt $y_2(t)$ 'nin 4.25'teki eşitliğinin sinüzoidal karşılığı için eşitlik 4.11 ile birleştirilmesi ve birkaç cebirsel işlem ile şu ifade elde edilebilir:

$$y_2(t) = \frac{V_{in}^2 \cdot K_{2A}}{2(1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2) \sqrt{1 + 4\omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \cdot [1 + \cos(2\omega_x t - 2\text{atan}(\omega_x R_1 C_1) - \text{atan}(2\omega_x R_2 C_2))] + \frac{V_{in}^2 K_{2A}}{2(1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2)} \quad (4.27)$$

Açıkçası buradaki yanıt DC kaydırma ve ikinci harmoniklerden gelmektedir. Buradaki iki bileşen ω_x frekansına bağlıdır. Arada bir parantezlede şunu açıklayalım DC kaydırma $R_2 C_2$ 'den bağımsızdır. DC kaydırma amplifikatörün ikinci dereceden çıkışıyla üretilen bir sinyaldir. RC devresinin çıkışı bu sinyal için 0 Hz dir.

2ω ve ω_x 'in birbiriyle olan bağıntısı ile ikinci harmonikler şu şekilde gösterilebilir:

$$HD_2 = \frac{V_{in}}{2} \cdot \frac{K_{2A}}{A} \cdot \left| \frac{1}{1 + j\omega_x R_1 C_1} \cdot \frac{1 + j\omega_x R_2 C_2}{1 + j2\omega_x R_2 C_2} \right| \quad (4.28)$$

$$= \frac{V_{in}}{2} \cdot \frac{K_{2A}}{A} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega_x^2 R_2^2 C_2^2}{1 + 4\omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \quad (4.29)$$

Üçüncü dereceden yanıt : Üçüncü dereceden yanıt $y_3(t)$ 'nin 4.12'teki eşitliğinin sinüzoidal karşılığı için eşitlik 4.24 ile birleştirilmesi ve birkaç cebirsel işlem ile elde edilen ifadenin $3\omega_x$ ve ω_x ile yanıtı:

$$y_3(t) = \frac{V_{in}^3 \cdot K_{3A}}{4(1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2)^{3/2} \sqrt{1 + 9\omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \cos(3\omega_x t - 3\text{atan}(\omega_x R_1 C_1) - \text{atan}(3\omega_x R_2 C_2)) \\ + \frac{3V_{in}^3 K_{3A}}{4(1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2)^{3/2} \sqrt{1 + \omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \cos(\omega_x t - \text{atan}(\omega_x R_1 C_1) - \text{atan}(\omega_x R_2 C_2)) \quad (4.30)$$

buradan üçüncü harmonikler

$$HD_3 = \frac{V_{in}^2}{4} \cdot \frac{K_{3A}}{A} \cdot \left| \frac{1}{(1 + j\omega_x R_1 C_1)^2} \cdot \frac{1 + j\omega_x R_2 C_2}{1 + j3\omega_x R_2 C_2} \right| \quad (4.31)$$

$$= \frac{V_{in}^2}{4} \cdot \frac{K_{3A}}{A} \cdot \frac{1}{1 + \omega_x^2 R_1^2 C_1^2} \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega_x^2 R_2^2 C_2^2}{1 + 9\omega_x^2 R_2^2 C_2^2}} \quad (4.32)$$

şeklinde bulunabilir.

Farklı dereceli sistemlerin çekirdek dönüşümleri de bu şekilde hesaplanabilir. Ancak bu sonraki konuya bırakılmıştır.

4.4 Volterra Çekirdeklerinin Doğrusal Olmayan Performans Parametreleri

Bölüm 2'deki frekans bağımlılığı, Volterra serileri ile açıklanan doğrusal olmayan bir sistemin açıklanmasını sağlar.

4.4.1 Bir-Ton ve İki-Ton tanımı

Üçüncü dereceye kadar Volterra serileriyle tanımlanabilen sistemler için 2 sinüzoidal sinyal $A_1 \cos \omega_1 t$ ve $A_2 \cos \omega_2 t$ toplamı ile tablo 4.1'deki çıkışlar elde edilir.

Ek B'de gösterildiği gibi bu yanıtlar Volterra çekirdekleri ile hesaplanır.

Toplam çıkış 18 yanıt ve 13 farklı frekans'tan oluşur. Tablo 4.1'te bu cevaplar doğrusal şekilde, harmonikler, intermodulasyon vb. gibi bölüm 2'de verilen tanımlara göre verilmiştir.

Tablo 4.1'deki yanıtlar ile şekil 2.6'daki hafızasız bir devrenin karşılaştırılması ilgi çekici olabilir. Bölüm 4.3'te zaten hafızasız bir devrenin ikinci ve üçüncü dereceden çekirdek dönüşümleri, ikinci ve üçüncü dereceden K_2 ve K_3 ile şekil 2.6'da açıklanmıştı. Sonuçta Tablo 4.1'deki yanıtlar

order	frequency of response	amplitude of response	type of response
1	ω_1	$A_1 H_1(j\omega_1) $	linear
1	ω_2	$A_2 H_1(j\omega_2) $	
2	$\omega_1 + \omega_2$	$A_1 A_2 H_2(j\omega_1, j\omega_2) $	2nd-order intermodulation products
2	$ \omega_1 - \omega_2 $	$A_1 A_2 H_2(j\omega_1, -j\omega_2) $	
2	$2\omega_1$	$\frac{1}{2} A_1^2 H_2(j\omega_1, j\omega_1) $	2nd harmonics
2	$2\omega_2$	$\frac{1}{2} A_2^2 H_2(j\omega_2, j\omega_2) $	
2	0	$\frac{1}{2} A_1^2 H_2(j\omega_1, -j\omega_1) $	DC shift
2	0	$\frac{1}{2} A_2^2 H_2(j\omega_2, -j\omega_2) $	
3	$2\omega_1 + \omega_2$	$\frac{3}{4} A_1^2 A_2 H_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_2) $	third-order intermodulation products
3	$ 2\omega_1 - \omega_2 $	$\frac{3}{4} A_1^2 A_2 H_3(j\omega_1, j\omega_1, -j\omega_2) $	
3	$\omega_1 + 2\omega_2$	$\frac{3}{4} A_1 A_2^2 H_3(j\omega_1, j\omega_2, j\omega_2) $	
3	$ \omega_1 - 2\omega_2 $	$\frac{3}{4} A_1 A_2^2 H_3(j\omega_1, -j\omega_2, -j\omega_2) $	
3	$\omega_1 + \omega_2 - \omega_2 = \omega_1$	$\frac{3}{2} A_1 A_2^2 H_3(j\omega_1, j\omega_2, -j\omega_2) $	third-order desensitization
3	$\omega_1 - \omega_1 + \omega_2 = \omega_2$	$\frac{3}{2} A_1^2 A_2 H_3(j\omega_1, -j\omega_1, j\omega_2) $	
3	$2\omega_1 - \omega_1 = \omega_1$	$\frac{3}{4} A_1^3 H_3(j\omega_1, j\omega_1, -j\omega_1) $	third-order compression or expansion
3	$2\omega_2 - \omega_2 = \omega_2$	$\frac{3}{4} A_2^3 H_3(j\omega_2, j\omega_2, -j\omega_2) $	
3	$3\omega_1$	$\frac{1}{4} A_1^3 H_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1) $	third harmonics
3	$3\omega_2$	$\frac{1}{4} A_2^3 H_3(j\omega_2, j\omega_2, j\omega_2) $	

Tablo 4.1 : Volterra serileriyle açıklanabilen birinci,ikinci,üçüncü derecede ve iki sinüzoidal doğrusal olmayan sistemlerin farklı yanıtları.İlk sütun çekirdeğin derecesini göstermektedir.

Yani şekil 2.6'da yer alan yanıtlar Tablo 4.1'deki çok düşük frekansların çekirdek dönüşümlerinden alınmış olan örneklerden çıkartılmıştır. Örneğin, üçüncü dereceden $H_3(0, 0, 0)$ 'ün amplifikatörünün girişlerindeki A_1 ve A_2 'nin A 'ya eşit olduğu durumlardan,

$$\frac{9}{4}A^3 H_3(0, 0, 0) = \frac{9}{4}A^3 K_3$$

şeklinde yazılabilir. Zaten biz bunu Şekil 2.6'da bulmuştuk.

Harmonik distorsiyon : Bölüm 4.3.3'te çeşitli örnekler yardımıyla zaten Harmonik distorsiyonları hesaplamıştık. İkinci ve üçüncü harmoniklerin genel Volterra eşitlikler Tablo 4.1'den yada Denklem (4.11) ve (4.12)'den şu şekilde,

$$HD_2 = \frac{A_1}{2} \left| \frac{H_2(j\omega_1, j\omega_1)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.33)$$

$$HD_3 = \frac{A_1^2}{4} \left| \frac{H_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.34)$$

çıkartılabilir.

Şunu hatırlatalım ki bunu zaten Bölüm 4.3.3'te kullanmıştık.

İntermodülasyon distorsiyonu : Tablo 4.1 deki sinyallerin intermodülasyon distorsiyonu IM_2 ve IM_3 hesaplanabilir. IM_2 şu şekikde gösterilebilir;

$$IM_2 = A_1 \left| \frac{H_2(j\omega_1, j\omega_2)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.35)$$

farklı frekanslardaki intermodülasyonun sonucu

$$IM_2 = A_1 \left| \frac{H_2(j\omega_1, -j\omega_2)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.36)$$

şeklinde olur.

IM_2 'nin iki tanımı da geçerlidir, ikinci dereceden intermodülasyonun sonucuna bağlıdır. Hafızasız sistemler için amplikitörün sonucu,

$$H_2(j\omega_1, j\omega_2) = H_2(0, 0) = H_2(j\omega_1 - j\omega_2)$$

şeklindedir.

Üçüncü dereceden intermodülasyon şekilleri aynı yollarla ifade edilebilir. W_1 Sinyalleri kullanılır ve w_2 nin w_1 'e eşit yada yakın olması istenmez. Örnek verecek olursak $2w_2 - w_1$ tekrar durumunu oluşturabilir. İstenen bir sinyal ile bundan dolayı istenmeyen intermodülasyonun sonuçları ilgi çekici olabilir. Tablo 4.1'deki Volterra çekirdeğinin dönüşümü üçüncü dereceden intermodülasyonu:

$$IM_3 = \frac{3}{4} A_1^2 \left| \frac{H_3(j\omega_1, -j\omega_2, -j\omega_2)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.37)$$

eşitlik 4.10'da kullanılarak;

$$IM_3 = \frac{3}{4} A_1^2 \left| \frac{H_3(-j\omega_1, j\omega_2, j\omega_2)}{H_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.38)$$

şeklinde bulunur.

2.Bölümde zayıf doğrusal olmayan sistemlerin IM_2/HD_2 eşitlikleri ve IM_3/HD_3 eşitliklerinden (denklem 2.31 ve 2.32'deki eşitliklere bak) bulunabilir.

Eşitlik 4.33, 4.34, 4.35 ve 4.38 ile Volterra çekirdeğinin dönüşümü şu şekilde verilebilir:

$$\frac{IM_2}{HD_2} = 2 \left| \frac{H_2(j\omega_1, j\omega_2)}{H_2(j\omega_1, j\omega_1)} \right| \quad (4.39)$$

$w_1 + w_2$ için intermodülasyon ise;

$$\frac{IM_3}{HD_3} = 3 \left| \frac{H_3(-j\omega_1, j\omega_2, j\omega_2)}{H_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1)} \right| \quad (4.40)$$

şeklindedir.

$|2\omega_2 - \omega_1|$ için hafızasız sistemlerin H_2 ve H_3 aynı frekansları IM_2/HD_2 ve IM_2/HD_3 'leri çok düşük frekanslarda $\omega_1, \omega_2 \rightarrow 0$ şeklindedir.

IM_3 / HD_3 eşitlik 4.24 ile eşitlik 4.40'dan şöyle:

$$\frac{IM_3}{HD_3} = \left| \frac{(1 + j\omega_1 R_1 C_1)^3 (1 + j3\omega_1 R_2 C_2)}{(1 - j\omega_1 R_1 C_1) (1 + j\omega_2 R_1 C_1)^2 (1 + j(2\omega_2 - \omega_1) R_2 C_2)} \right| \quad (4.41)$$

bulunur.

$R_1 C_1, R_2 C_2$ 'den daha küçüktür.

$$\omega_1 \approx \omega_2 = \omega_x \gg 1/(R_2 C_2) \text{ and } \omega_x \ll 1/(R_1 C_1)$$

Buradan IM_3 / HD_3 ile eşitliği

$$\frac{IM_3}{HD_3} \approx 9 \quad (4.42)$$

şeklinde bulunur.

Durdurma(Intercept) Puanları : IP ile gösterilir. HD_2 ve HD_3 için IP_{2h} ve IP_{3h} sırasıyla

$$IP_{2h} = 2 \left| \frac{H_1(j\omega_1)}{H_2(j\omega_1, j\omega_1)} \right| \quad (4.43)$$

$$IP_{3h} = 2 \sqrt{\left| \frac{H_1(j\omega_1)}{H_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1)} \right|} \quad (4.44)$$

Durdurma (Intercept) için intermodülasyon sonuçları benzer şekildedir. Tabi ki intermodülasyon ihtiyacına göre Volterra çekirdekleri değişiklik gösterebilir. Örneğin intermodülasyon sonucu $2\omega_2 - \omega_1$ 'dur, burada IP_3 eşitlik 4.38'den şöyle

$$IP_{3i} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{H_1(j\omega_1)}{H_3(-j\omega_1, j\omega_2, j\omega_2)}} \quad (4.45)$$

bulunur.

4.4.2 Çapraz Modülasyon

2.Bölümde gösterildiği gibi düşük frekanslardaki amplifikatör modülasyonunun diğer taşıyıcı ile dönüşümü önceden verilmişti.

$$x(t) = A(1 + m_1 \cos \omega_m t) \cos \omega_1 t + A \cos \omega_2 t \quad (4.46)$$

$\omega_m \ll \omega_1, \omega_2$ olduğunda çıkış frekansı ω_2 ve $\omega_2 \pm \omega_m$ şöyle verilebilir

$$y(t) = A |H_1(j\omega_2)| [\cos(\omega_2 t + \beta_1) + m_x \cos(\omega_2 t + \beta_2) \cos \omega_m t] \quad (4.47)$$

buradan da

$$m_x = 3m_1 \frac{|H_3(j\omega_1, -j\omega_1, j\omega_2)|}{|H_1(j\omega_2)|} A^2 \quad (4.48)$$

şeklinde olur ve $H_1(j\omega_2)$ ve $H_3(j\omega_1, -j\omega_1, j\omega_2)$ sırasıyla β_1 ve β_2 şeklindedir. $\omega_1 = \omega_2 = 0$ 4.47'de eşitlenirse bölüm 2.6'dan şu sonuca gidilir.

$m_x \ll 1$, $\beta_2 - \beta_1 = \phi$ ise eşitlik 4.48'in çıkışı:

$$y(t) = A |H_1(j\omega_2)| (1 + m_x \cos \phi \cos \omega_m t) \cos (\omega_2 t + \beta_1 + m_x \sin \phi \cos \omega_m t) \quad (4.49)$$

Bundan dolayı tüm faz ve amplifikatör çapraz modülasyonları ϕ 'na bağlıdır.

Eğer $\phi = 0$ ise çapraz modülasyon olur. $\phi = \frac{\pi}{2}$ olduğu zaman sırf faz çapraz modülasyonu olur. Bölüm 2.6'da sadece bir adet çapraz modülasyonu tanımlanmıştı.

Amplifikatör ve faz çapraz modülasyonları faktörü CM_A ve CM_P amplifikatör modülasyonu ve faz modülasyonu dönüşümü şeklinde tanımlanır:

$$CM_A = \frac{m_x \cos \phi}{m_1} \quad (4.50)$$

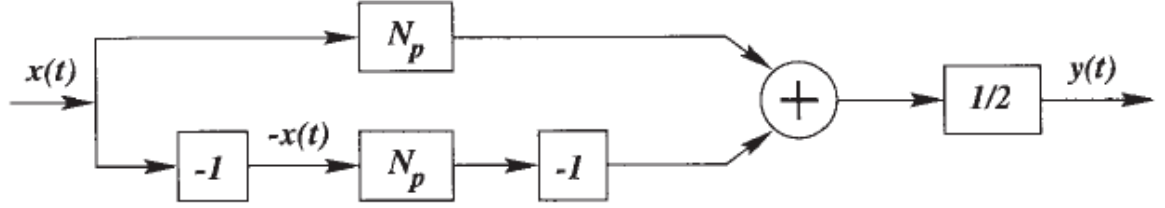
$$CM_P = \frac{m_x \sin \phi}{m_1} \quad (4.51)$$

Eşitlik 2.44'den düşük frekanslardaki CM_A ve üçüncü dereceden intermodülasyon distorsiyonunun dört olduğu bulunur. Ancak bu yüksek frekanslarda geçerli değildir.

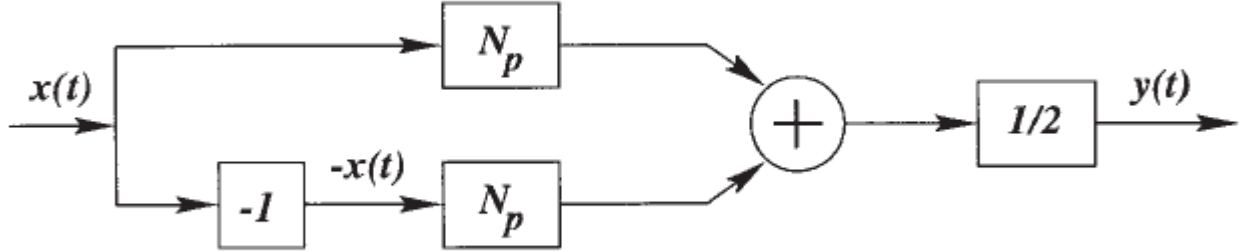
4.5 Eşit Dereceli Ve Garip Dereceli Çekirdeklerin Bastırılması

Bölüm 2.3'de dengeli bir devrenin çıkının eşit harmonikleri olmayacağını yada girişlerin iki sinyal, eşit amplifikatör ve karşıt fazlı olacağı zamanlardaki intermodülasyon yanıtı olacağına değinilmişti. Bu bölümde Volterra serilerinin genel sonucu verilecektir.

Şekil 4.12 ve 4.13'ün her birinde doğrusal olmayan bir sistem gösterilmektedir.



Şekil 4.12: p.dereceden iki sistemin (eşit çekirdekli) bağlantısı



Şekil 4.13: p.dereceden iki sistemin (garip çekirdekli) bağlantısı

Şekil 4.12'deki sistemin yanıtı eşit dereceli sinyallerdir. Buna mütakiben şekil 4.13'deki sistem yanıtı garip dereceli sinyalleri içermez. Bu durum çeşitli devrelerde kullanılabilir.

Bu iki sistemde de şu teoremler kullanılmaktadır:

TEOREM 4.1: Volterra serileri ile açıklanan doğrusal olamayan sitemlerin girişi $x(t)$ sinyali ile çıkışı $y(t)$ sinyallerinin ilişkisi şu şekildedir:

$$y(x(t)) = -y(-x(t))$$

ve buradan da;

$$h_{2n}(\tau_1, \dots, \tau_{2n}) = 0 \text{ for all } \tau_1, \dots, \tau_{2n} \text{ and } n = 1, 2, \dots$$

olur.

Eğer tüm giriş sinyali $x(t)$ olan Volterra serilerinde çıkış sinyali $y(x(t))$ ise aralarındaki ilişki:

$$y(x(t)) = y(-x(t))$$

şeklindedir ve buradan da;

$\tau_1, \dots, \tau_{2n+1}$ ve $n = 0, 1, 2, \dots$ olduğu her durumda

$$h_{2n+1}(\tau_1, \dots, \tau_{2n+1}) = 0$$

şeklinde olur.

Volterra serilerinden teorem 2.1 ve 2.2'den tekrar formüle edersek. Bu devrenin çıkışı teorem 4.1'in ilk bölümünden Şekil 4.12'nin blok diyagramının $x(t)$ giriş sinyali için sonucu:

$$y_a(t) = \frac{1}{2} (-N_p[-x(t)] + N_p[x(t)]) \quad (4.52)$$

ve $-x(t)$ için de;

$$y_b(t) = \frac{1}{2} (N_p[-x(t)] - N_p[x(t)]) \quad (4.53)$$

şeklindedir ve bu $y_a(t)$ 'nin tersidir.

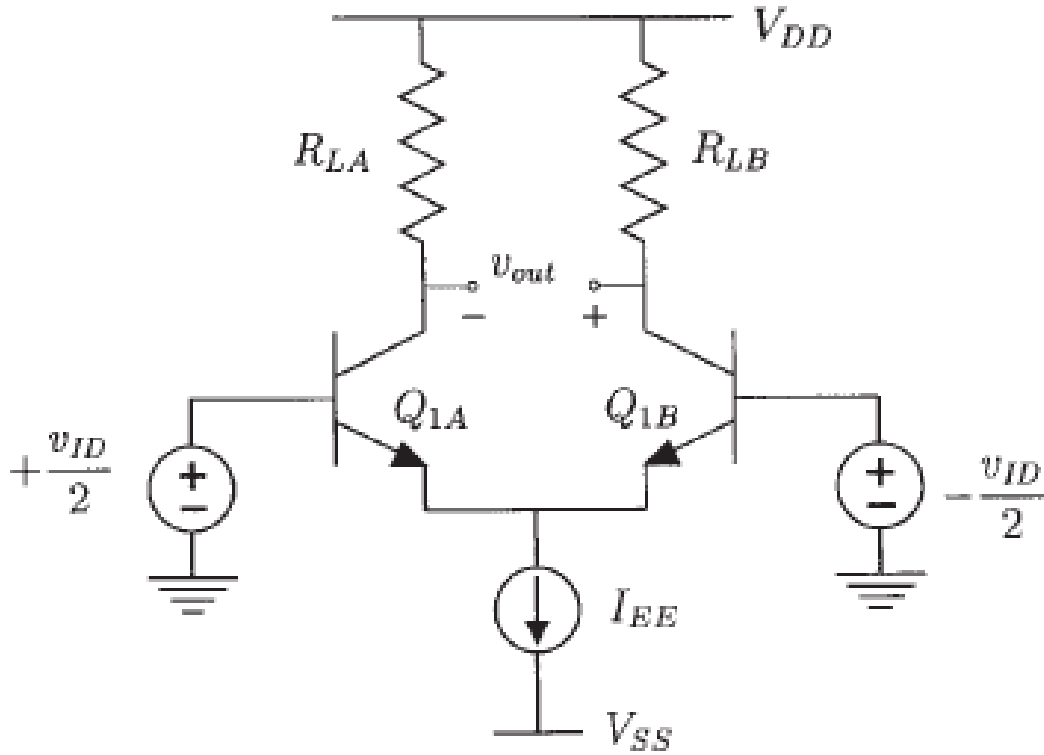
Benzer biçimde $x(t)$ ve $-x(t)$ için Şekil 4.13'ün yanıtı;

$$y_c(t) = \frac{1}{2} (N_p[-x(t)] + N_p[x(t)]) \quad (4.54)$$

Şekil 4.12'nin blok diyagramı $x(t)$ ve $-x(t)$ 'nin farklı devrelerle gösterimi N_p şeklinde gösterilir. İki bloğunun arasındaki fark tüm sistemin çıkışına eşittir. Bundan dolayı teorem 4.1 doğrusal olmayan bir sistemin çıkışını teorik olarak verir.

4.5.1 Uygulama : Bir diferansiyel çiftin bastırılması

Diferansiyel bir analog devrenin yapımı. Şekil 4.14'de bipolar bir diferansiyel çift gözükmemektedir. Giriş sinyali farklı bir voltaj kaynağıdır.



Burada döngüdeki voltaj

$$\frac{v_{ID}}{2} - v_{BE1A} + v_{BE1B} + \frac{v_{ID}}{2} = 0 \quad (4.55)$$

Kolektörün bir fonksiyonu olarak Q_{1A} ve Q_{1B} eşitlik 3.12'den

$$v_{BE1A} = V_t \ln \frac{i_{C1A}}{I_{S1A}} \quad (4.56)$$

$$v_{BE1B} = V_t \ln \frac{i_{C1B}}{I_{S1B}} \quad (4.57)$$

buradan da 4.55, 4.56 ve 4.57 denklemlerini kullanırsak;

$$\frac{i_{C1A}}{i_{C1AB}} = \exp \left(\frac{v_{ID}}{V_t} \right) \quad (4.58)$$

elde edilir ve I_{EE} 'de

$$I_{EE} = \frac{\beta}{\beta + 1} (i_{C1A} + i_{C1B}) \quad (4.59)$$

olur. Eşitlik 4.58 ve 4.59 kullanılarak ta

$$i_{C1A} = \frac{\beta I_{EE}}{(\beta + 1) \left(1 + \exp \left(-\frac{v_{ID}}{V_t} \right) \right)} \quad (4.60)$$

$$i_{C1B} = \frac{\beta I_{EE}}{(\beta + 1) \left(1 + \exp \left(\frac{v_{ID}}{V_t} \right) \right)} \quad (4.61)$$

elde edilir.

Çıkış voltajı V_{out} ise;

$$v_{OUT} = R_{LB} i_{C1B} - R_{LA} i_{C1A} \quad (4.62)$$

şeklinde verilir.

Eşitlik 4.60 ve 4.61 kullanılarak $R_{LA}=R_{LB}=R_L$ konularak sonuçta;

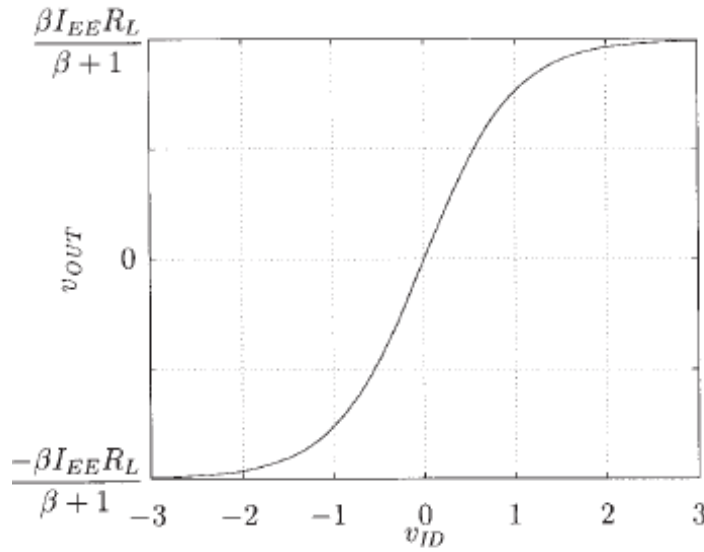
$$v_{OUT} = I_{EE}R_L \frac{\beta}{\beta + 1} \tanh \left(\frac{v_{ID}}{V_t} \right) \quad (4.63)$$

elde edilir.

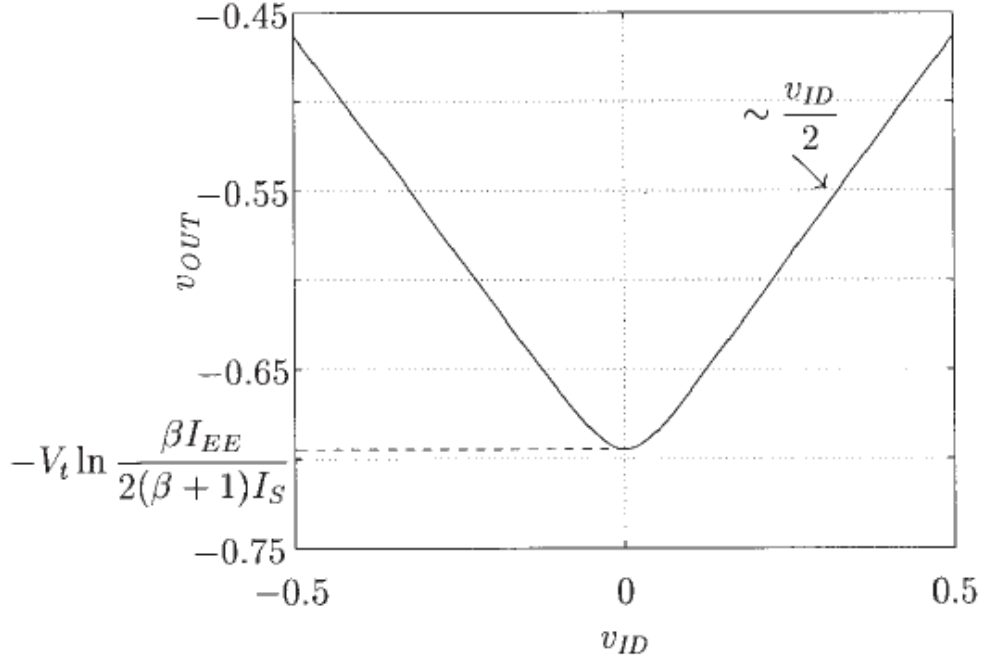
Giriş fonksiyonu gibi Şekil 4.15'de de çıkış fonksiyonu gösterilir. Şekil 4.14'ün diferansiyel eşleri V_E ;

$$v_E = \frac{v_{ID}}{2} - V_t \ln \frac{\beta}{\beta + 1} \frac{I_{EE}}{I_S} + V_t \ln \left(1 + \exp \left(-\frac{v_{ID}}{V_t} \right) \right) \quad (4.64)$$

olur.



Şekil 4.15: Şekil 4.13'deki Diferansiyel fonksiyonların girişine bağlı olarak diferansiyel çıkışları



Şekil 4.16: Diferansiyel giriş voltajı fonksiyonundan elde edilen voltaj grafiği

4.6 Doğrusal olmayan sistemlerin Kaskad bağlanması

İki doğrusal olmayan bloğun kaskad bağlanmasından hesaplanan volterra çekirdekleri bu bölümde incelenecektir. Buna bir örnek olarak iki seviyeli amplifikatör sistemi verilebilir.

Şekil 4.17’de doğrusal olmayan H sisteminin doğrusal olmayan F sistemiyle bağlantısı ve sonuç olarak sistemin Q cevabı verilmiştir.



Şekil 4.18: Q ile tanımlanan çıkışıyla H ve F sistemleri

4.6.1 Genel tanımlar

H ve S sistemlerinin Volterra operatörleriyle Q'nun Volterra operatörünün tanımı şu şekilde verilebilir:

$$Q_1 = F_1 H_1 \quad (4.65)$$

$$Q_2 = F_1 H_2 + F_2 H_1 \quad (4.66)$$

$$Q_3 = F_1 H_3 + F_2 [H_1 + H_2] - F_2 H_1 - F_2 H_2 + F_3 H_1 \quad (4.67)$$

Bu ifadelerin Laplace dönüşümlerinden

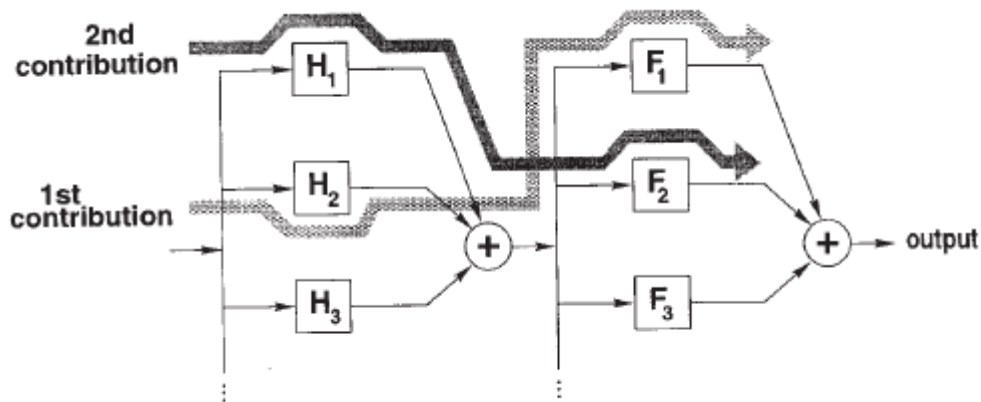
$$Q_1(s_1) = F_1(s_1)H_1(s_1)$$

$$Q_2(s_1, s_2) = F_1(s_1 + s_2)H_2(s_1, s_2) + F_2(s_1, s_2)H_1(s_1)H_1(s_2)$$

$$Q_3(s_1, s_2, s_3) = F_3(s_1, s_2, s_3)H_1(s_1)H_1(s_2)H_1(s_3) + F_1(s_1 + s_2 + s_3)H_3(s_1, s_2, s_3) \\ + \frac{2}{3} \left[F_2(s_1, s_2 + s_3)H_1(s_1)H_2(s_2, s_3) + F_2(s_2, s_1 + s_3)H_1(s_2)H_2(s_1, s_3) \right. \\ \left. + F_2(s_3, s_1 + s_2)H_1(s_3)H_2(s_1, s_2) \right]$$

bulunur.

Şimdi ikinci derecen çekirdeklerin dönüşümüne bakalım. Bunun iki bileşeni vardır. İlki H'dan gelir ikincisi ise F'den.



Şekil 4.19: Farklı derecelerdeki Volterra operatörleri ile Şekil 4.18'deki Kaskad bağlantıların gösterimi. Oklar Tüm sistemdeki ikinci dereceden çekirdeğin iki bileşenini gösteriyor.

Hafızasız sistemlerin temelleri: Eşitlik 4.70'den ve 4.68 ile çıkarılan dönüşümlerin H ve F 'nin gösterimlerinden H ; H_1 , H_2 ve H_3 'ün dönüşüm fonksiyonları F için F_1 , F_2 ve F_3 şeklindedir.

Ve üçü şeklindedir.

$$Q_1 = F_1 H_1 \quad (4.71)$$

$$Q_2 = F_1 H_2 + F_2 H_1^2 \quad (4.72)$$

$$Q_3 = F_3 H_1^3 + F_1 H_3 + 2F_2 H_1 H_2 \quad (4.73)$$

4.7 Ters sistemlerin kullanılarak pre-distorsiyon ve post-distorsiyonların gösterimi

Önceki bölümde iki doğrusal olmayan sistemin kaskad bağlantılarının eşitliklerini gördük. Şimdi ise bazı devre dizaynları için uygulamaları göreceğiz.

4.7.1 Genel Gösterimler

F için verilen Volterra çekirdeklerinin gösteriminin türevi alındığında F_1 'in Laplace dönüşümü:

$$F_1(s) = \frac{1}{H_1(s)} \quad (4.74)$$

Eşitlik 4.74'deki $H_1(s)$ ve $F_1(s)$ 'in kutupları 0'a eşitlenirse, F_2 'nin Laplace dönüşümü;

$$F_2(s_1, s_2) = -\frac{H_2(s_1, s_2)}{H_1(s_1)H_1(s_2)H_1(s_1 + s_2)} \quad (4.75)$$

Eğer H hafızasız bir sistem ise $F_2(s_1, s_2)$;

$$F_2 = -\frac{H_2}{H_1^3} \quad (4.76)$$

şeklinde indirgenebilir.

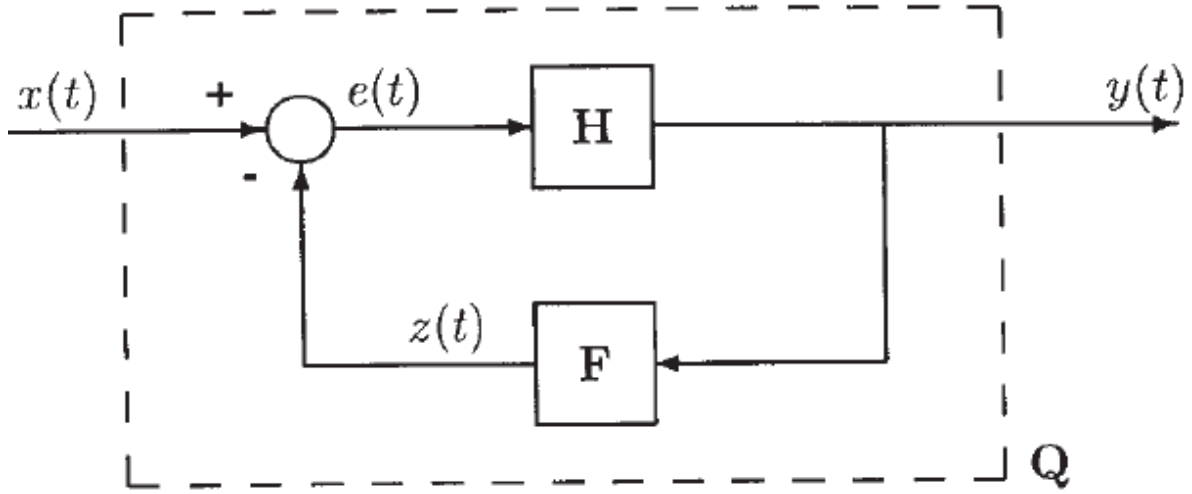
Daha yüksek dereceli Laplace dönüşümleri için p.derece tabiri kullanılır.

4.8 Doğrusal ve Doğrusal olmayan geri besleme

Parametre değişimlerine karşın amplifikatörü kazancını stabilize ettiği için doğrusal geri besleme analog devrelerde sıkça kullanılır ve bu doğrusal geri beslemenin önemli yararlarından birisidir, bunun dışında bant genişliğini arttırması gibi birçok faydası vardır.

Bu bölümde ise doğrusal olmayan geri beslemeye yöneleceğiz. Doğrusal olmayan geri besleme her ne kadar doğrusal geri besleme tekniklerinden ortaya çıkmış olsa da bu bölümde anlatılacağı gibi iki sisteme de iyi bir şekilde de uygulanabilir.

Şekil 4.23'te burada anlatılacak geri beslemeler genellenmiştir. Genel olarak uygulamalarda H amplifikatörü, F ise geri beslemeyi gösterir. Geri besleme sistemleri ise Q ile ifade edilir.



Şekil 4.23 : Genel bir doğrusal olmayan geri besleme sistemi

4.8.1 Doğrusal olmayan geri besleme sistemleri

Birinci dereceden – üçüncü dereceye kadar doğrusal olmayan dönüşüm fonksiyonları hem H hem de F için Şekil 4.23'te gösterilmiştir. Bu değerlerin frekans alanındaki gösterimi aşağıda verilmiştir.

Birinci dereceden dönüşüm fonksiyonları

$$Q_1(s_1) = H_1(s_1)R(s_1) \quad (4.85)$$

Buradan R(s) notasyonu kısaca;

$$R(s) = \frac{1}{1 + H_1(s)F_1(s)} \quad (4.86)$$

Eşitlik 4.85'te temel amplifikatörün doğrusal kazancı R(s) faktörüyle azalmaktadır.

İkinci dereceden transfer fonksiyonu $Q_2(s_1, s_2)$ iki bölümlüdür:

$$Q_2(s_1, s_2) = R(s_1)R(s_2) \left[H_2(s_1, s_2) - H_1(s_1)H_1(s_2)F_2(s_1, s_2)H_1(s_1 + s_2) \right] R(s_1 + s_2) \quad (4.87)$$

Bu eşitlikteki faktörler köşeli parantezin dışına yazılmıştır. Parantezin içindeki ilk kısım ikinci dereceden doğrusal olmayan temel amplifikatör içindir ikinci kısım ise doğrusal olmayan geri besleme ağıdır.

Üçüncü dereceden dönüşüm fonksiyonunda da üç bölüm vardır ve aynı faktörleri içerir:

$$Q_3(s_1, s_2, s_3) = \prod_{i=1}^3 R(s_i) \left[\begin{aligned} &H_3(s_1, s_2, s_3) - 2H_2(s_1, s_2)F_1(s_1 + s_2)R(s_1 + s_2)H_2(s_3, s_1 + s_2) \\ &\dots\dots\dots \\ &+ \prod_{i=1}^3 H_1(s_i) \left(-F_3(s_1, s_2, s_3) \right. \\ &\quad \left. + 2F_2(s_1, s_2)H_1(s_1 + s_2)R(s_1 + s_2)F_2(s_3, s_1 + s_2) \right) \cdot H_1(s_1 + s_2 + s_3) \\ &\dots\dots\dots \\ &- 2H_2(s_1, s_2)R(s_1 + s_2)H_1(s_3)F_2(s_1, s_2 + s_3)H_1(s_1 + s_2 + s_3) \\ &\quad \left. - 2H_1(s_1)H_1(s_2)F_2(s_1, s_2)R(s_1 + s_2) \cdot H_2(s_3, s_1 + s_2) \right] \cdot R(s_1 + s_2 + s_3) \end{aligned} \right] \quad (4.88)$$

Parantezlerle gösterilen üç bölüm, noktalarla birbirinden ayrılmıştır. Simetrik olmayan gösterim bu şekilde formül ize edilebilir. Bunu simetrik hale getirmek çok daha komplikedir ve daha zor anlaşılırdır.

4.8.2 Geniş döngü ile geri besleme kazancı

Bir çok uygulamada döngü kazancı T(s) şu şekilde verilir:

$$T(s) = F_1(s)H_1(s) \quad (4.89)$$

Bu kabule göre transfer fonksiyonları eşitlik 4.85,4.87 ve 4.88'den şöyle indirgenebilir.

$$Q_1(s_1) = \frac{1}{F_1(s_1)} \quad (4.90)$$

$$Q_2(s_1, s_2) = \frac{H_2(s_1, s_2)}{T(s_1)T(s_2)T(s_1 + s_2)} - \frac{F_2(s_1, s_2)}{F_1(s_1)F_1(s_2)F_1(s_1 + s_2)} \quad (4.91)$$

$$Q_3(s_1, s_2, s_3) = \frac{1}{T(s_1)T(s_2)T(s_3)T(s_1 + s_2 + s_3)} \left[H_3(s_1, s_2, s_3) - 2 \frac{H_2(s_1, s_2)H_2(s_3, s_1 + s_2)}{H_1(s_1 + s_2)} \right] \\ \dots \dots \dots + \frac{1}{F_1(s_1)F_1(s_2)F_1(s_3)F_1(s_1 + s_2 + s_3)} \left[-F_3(s_1, s_2, s_3) + \frac{2F_2(s_1, s_2)F_2(s_3, s_1 + s_2)}{F_1(s_1 + s_2)} \right] \\ \dots \dots \dots + \frac{-2H_2(s_1, s_2)F_2(s_1, s_2 + s_3)}{T(s_1 + s_2)T(s_1)T(s_2)F_1(s_3)F_1(s_1 + s_2 + s_3)} \\ + \frac{-2F_2(s_1, s_2)H_2(s_3, s_1 + s_2)}{T(s_1 + s_2)T(s_3)T(s_1 + s_2 + s_3)F_1(s_1)F_1(s_2)} \quad (4.92)$$

Eşitlik 4.90 doğrusal bir sistemin geniş döngüsünün bilinen sonucunu verir. Buradaki 4.91 eşitliği ile 4.92 eşitlikleri ise ikinci dereceden ve üçüncü dereceden dönüşüm fonksiyonlarının döngü kazancını T(s)'yi verir.

4.8.3 Doğrusal geri besleme

Şimdi de kusursuz bir doğrusal geri beslemeyi inceleyeceğiz. Doğrusal olmayan distorsiyonu azaltmada en çok kullanılan yöntem doğrusal geri

beslemedir. Bundan dolayı bu konu daha geniş olarak işlenecektir. İlk olarak genel tanımlar verildi. Sırada da geniş döngülerin kazancı ve hafızasız sistemlerin geri beslemeleri tanımlanacak. Sonuç olarak bir pratik örnek verilecek.

Doğrusal olan ve şekil 4.23'tede gösterildiği gibi bir çok uygulamada geri besleme açısı F ile gösterilir. Bu durumlarda $F_2(s_1, s_2) = 0$ ve $F_3(s_1, s_2, s_3) = 0$ 'dır.

Eşitlik 4.87 ve 4.88'de verilen ikinci ve üçüncü dereceden dönüşüm fonksiyonları sırasıyla

$$Q_1(s_1) = H_1(s_1)R(s_1) \quad (4.93)$$

$$Q_2(s_1, s_2) = R(s_1)R(s_2)R(s_1 + s_2)H_2(s_1, s_2) \quad (4.94)$$

$$Q_3(s_1, s_2, s_3) = R(s_1)R(s_2)R(s_3) \left[H_3(s_1, s_2, s_3) - 2H_2(s_1, s_2)F_1(s_1 + s_2)R(s_1 + s_2)H_2(s_3, s_1 + s_2) \right] \cdot R(s_1 + s_2 + s_3) \quad (4.95)$$

şeklindedir.

Doğrusal kazanç $Q_1(s_1)$ tabiki doğrusal durumla aynı olacaktır. Temel amplifikatörün ikinci dereceden dönüşüm fonksiyonları $R(s_1)R(s_2)R(s_1 + s_2)$ ile azaltılacaktır. Eğer buna rağmen doğrusal kazanç girişten büyükse bu defa sadece $R(s_1 + s_2)$ ile azaltılır.

Benzer şekilde bu durum eşitlik 4.95'tende bulunabilir.

4.8.3.1 Hafızasız sistemlerin basitleştirilmesi

Hafızasız sistemler için eşitlik 4.93'den 4.95'e kadar olan denklemler sadeleştirilebilir. Buradan çekirdek dönüşümleri

$$Q_1 = H_1 R \quad (4.96)$$

$$Q_2 = H_2 R^3 \quad (4.97)$$

$$Q_3 = [H_3 - 2H_2^2 F_1 R] R^4 \quad (4.98)$$

Burada döngü kazançları çok fazladır ve $1/T = 1/(F_1 H_1)$. R tarafından azaltılır.

$$Q_1 = \frac{H_1}{T} = \frac{1}{F_1} \quad (4.99)$$

$$Q_2 = \frac{H_2}{T^3} \quad (4.100)$$

$$Q_3 = \left[H_3 - \frac{2H_2^2}{H_1} \right] \frac{1}{T^4} \quad (4.101)$$

Şimdi ise bu geri besleme distorsiyonlarının karşılaştırılması ilgi çekici olacaktır. Eşitlik 2.13 ve 2.14'ün yardımıyla H_1, H_2 ve H_3 temel amplifikatörün harmonik distorsiyonları modellenir.

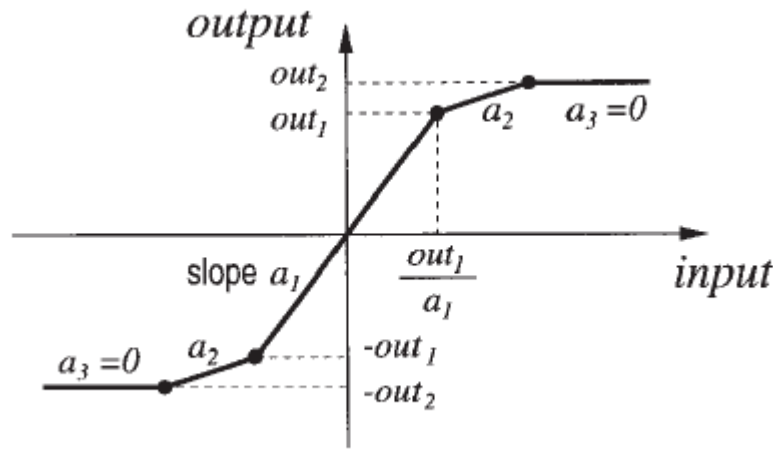
$$HD_{2 \text{ open loop}} = \frac{A_1}{2} \frac{H_2}{H_1} \quad (4.102)$$

$$HD_{3 \text{ open loop}} = \frac{A_1^2}{4} \frac{H_3}{H_1} \quad (4.103)$$

$$HD_{2 \text{ closed loop}} = \frac{A_1}{2} \frac{1}{T} \frac{H_2}{H_1} \quad (4.104)$$

$$HD_{3 \text{ closed loop}} = \frac{A_1^2}{4} \frac{1}{T} \left[\frac{H_3}{H_1} - \frac{2H_2^2}{H_1^2} \right] \quad (4.105)$$

Nitelik açıklaması : Temel amplifikatörün giriş-çıkış ilişkileri Şekil 4.24'te karakterize edilmiştir. Bu karakterize yapı üç parçadan oluşuyor gibi gözükmemektedir.



Şekil 4.24 : Temel bir amplifikatörün dönüşüm karakteristiği

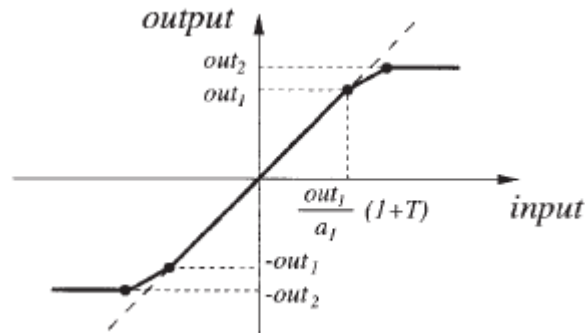
Orijin etrafındaki kısım linear amplifikatör kazancını gösterir. Daha geniş sinyaller için a_2 eğimi ve daha küçük sinyaller için a_1 eğimi karakterize edilmiştir. Çok daha geniş sinyaller için ise bu eğim 0' a eşittir.

Geri besleme ağının kazancı;

$$\text{gain} = \frac{a_1}{1+T} \approx \frac{1}{F_1} \quad (4.106)$$

şeklindedir.

Kapalı bir döngünün dönüşümü şekil 4.25'de görülmektedir.

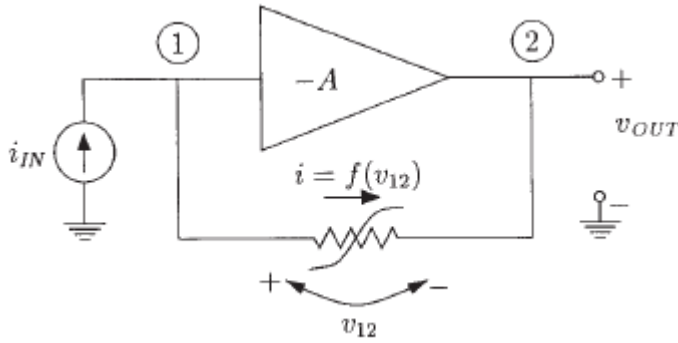


4.8.4 Geri beslemeli Ağlarda Doğrusal olmama

Şimdi burada doğrusal amplifikatörlerde ve doğrusal olmayan geri beslemelerdeki, geri besleme konfigirasyonlarına bakacağız. Geri besleme ağındaki doğrusal olmama efekti döngü kazancıyla azalmaz.

4.8.5 Doğrusal olmayan geri besleme ağının etkisi

Birçok geri besleme konfigirasyonu geri besleme devresi basit amplifikatörün giriş ve çıkışlarına göre olur.



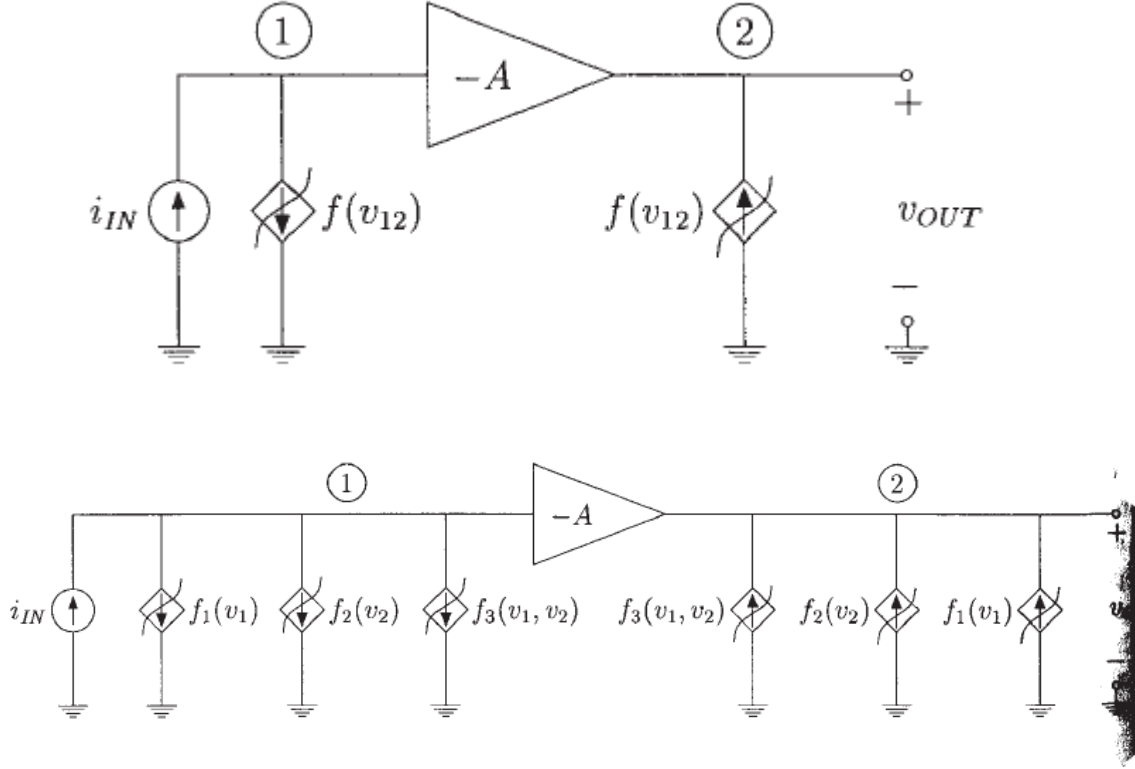
Şekil 4.28 Doğrusal olmayan geri besleme konfigirasyonu

Bölüm 3.2’de daha önceden açıklanan güç serilerinin gösterimindeki i şu şekilde yazılabilir.

$$i = g_1 \cdot v_{12} + K_{2g_1} \cdot v_{12}^2 + K_{3g_1} \cdot v_{12}^3 + \dots \quad (4.119)$$

$$= g_1 \cdot v_1 - g_1 \cdot v_2 + K_{2g_1} \cdot v_1^2 + K_{2g_1} \cdot v_2^2 - 2K_{2g_1} \cdot v_1 \cdot v_2 + K_{3g_1} \cdot v_1^3 + K_{3g_1} \cdot v_2^3 - 3K_{3g_1} \cdot v_1^2 \cdot v_2 + 3K_{3g_1} \cdot v_1 \cdot v_2^2 \quad (4.120)$$

$$= f_1(v_1) + f_2(v_2) + f_3(v_1, v_2) \quad (4.121)$$



Şekil 4.29: Şekil 4.28'deki geri besleme devresinin karşılığı

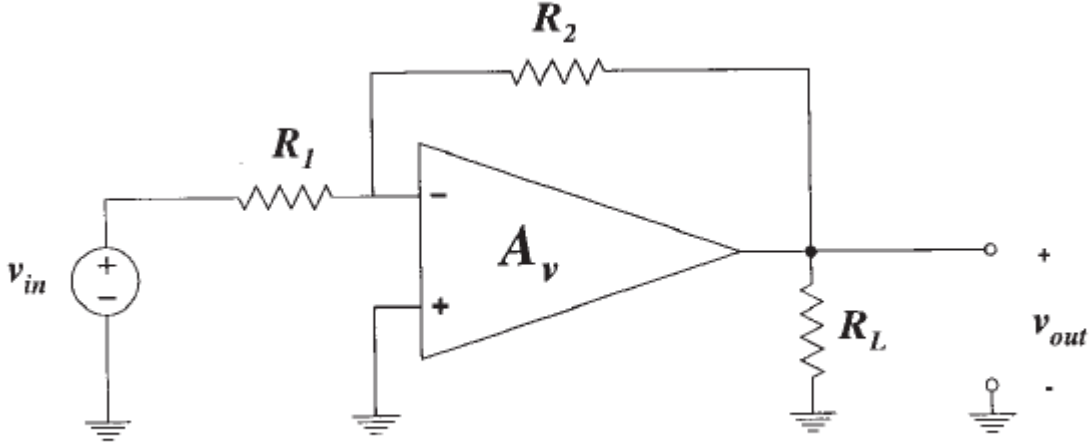
İki doğrusal olmayan geribesleme 4.120'deki eşitliğinden de gözükeceği gibi girşi ve çıkış voltajına karşılık gelir.

Denklem (4,120)'den eğer çapraz terimler ve sonraki formüller önceki bölümlerde elde edilen yeni temel amplifikatör ve yeni geribildirim ağı kullanılarak yapılabilir olmayacaktır. Ancak, çapraz terimler olarak bu geribildirim formülleri önceki bölümlerde artık zaman geribildirim şebeke tarafından temel amplifikatörün yükleme önemli olduğu kesin demektir diğer şartları gibi büyük olabilir.

4.8.6 Doğrusal geri besleme konfigirasyonlarında amplifikatör operatörü

Tekrar burada şekil 1.2'deki amplifikatörü Şekil 4,30'de daha kolayının yeniden çizilmesi olduğunu düşünün. Amplifikatörün R_L ile çıkışı yüklenir. Bu operasyonel yükselteç doğrusal olmayan olduğu varsayılmıştır ve sonlu bir bant

genişliğine sahiptir. Şimdi tam bir amplifikatör için ikinci ve üçüncü harmonik distorsiyon elde edecektir.

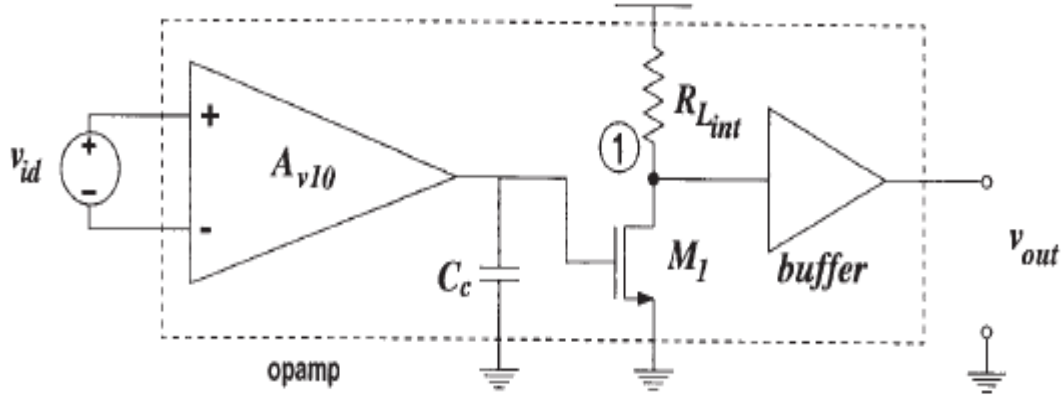


Şekil 4.30 Ters bir Amplifikatör

Kullanıma hazır amplifikatörün modeli : Önce kullanıma hazır amplifikatör için basitleştirilmiş bir modeli kuralım. Bu amplifikatörün bir tersini Şekil 4,31’de verilen katlı kuvvetlendirici olduğu varsayılmıştır. Frekans davranışı OPAMP sadece baskın kutup için dikkate alınır. OPAMP ve kutup çok düşük frekanslarda olup ilk aşamasının çıkışındaki kondansatör C_c tarafından belirlenir. İlk aşamadaki A_{v10} ile bir diferansiyel amplifikatör olarak modellenenilir.. İkinci aşamada bir direnç R_{Lint} yüklü bir ortak kaynak kuvvetlendirici kadar edilerek modellendi. İkinci aşamada da bir çıkış 1 bir gerilim kazancı ile bir tampon verilir.

OPAMP ve kutup dikkate İlk aşamada amplifikatör frekansa bağlı olarak alınır. Bu şekilde, hangi iç düğüm 1 için girişten gerilim kazancı olan ilk aşamada kazanç, şu şekilde verilir.

$$A_{v1}(s) = \frac{V_1}{V_{id}} = \frac{A_{v10}}{1 + \frac{s}{p_d}} \quad (4.122)$$



Bu örneği dikkate alırsak sadece nonlinear drenaj transistöründe M_x akımı nonlinear olur. Bu şimdiki M_1 , yani g_m tarafından, ikinci ve üçüncü dereceden açıklanan nonlinear katsayıları K_{2gm} ve K_{3gm} olur.

İlk etapta Nonlinearite gözardı edilmektedir. Bu gerçeği iki yükselteç blok ikinci aşamasının nonlinearit bir çağlayan bağlantılı olarak ikinci ve üçüncü için egemen olduğu kaskad bağlantı sırasına Volterra çekirdek tarafından (Bölüm 4,6) verilmiştir. Bu da Bölüm 8'de bir Miller harmoniği ayrıntılı bir hesaplama ile kullanılan bir amplifikatör için telafi edilir.

Şimdi frekans alanında amplifikatörün doğrusal olmayan AC davranışını analiz edersek. Doğrusallaştırılmış kullanılan amplifikatörün toplam kazancı iki etap Kazanç ürünüdür:

$$A_v(s) = \frac{V_{out}}{V_{id}} = A_{v1}(s) (-g_m R_{Lint}) = -\frac{A_{v10} g_m R_{Lint}}{1 + \frac{s}{p_d}} \quad (4.123)$$

Bu bölümün geri kalanı için bu sinyalin frekans devresi uygulandığı varsayılır $|p_d|/(2\pi)$ ama hala kazancı çok daha düşük olarak verilir OPAMP, bant genişliği ürünü oldukça üzerinde bir frekans vardır:

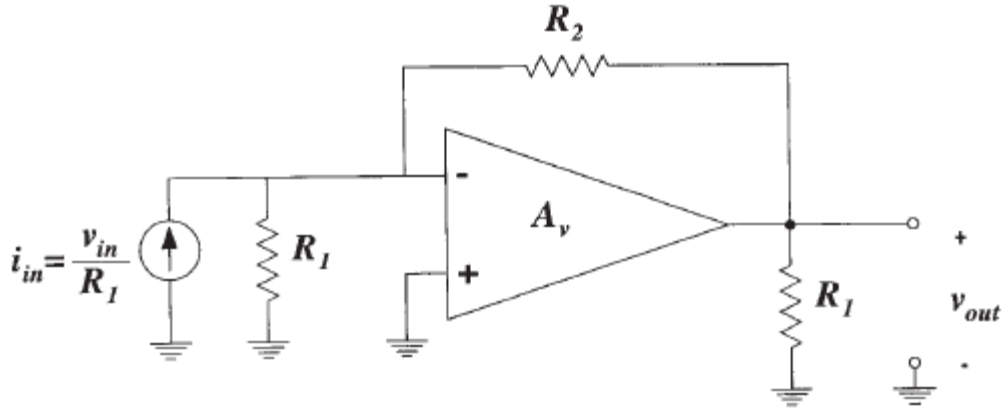
$$GBW = (A_{v10} g_m R_{L_{int}} |p_d|) / (2\pi) \quad (4.124)$$

Dolayısıyla denklem (4,123) yeniden;

$$A_v(s) \approx \frac{-2\pi GBW}{s} \quad (4.125)$$

Son olarak, OPAMP ve giriş empedansı çıkış empedansı ise sonsuz sıfır olduğu varsayılmıştır.

Temel amplifikatör ve geri besleme ağının Volterra çekirdekleri : İlk olarak şekil 4.30'daki devrenin temel amplifikatör ağı için tanımlayalım. Bunun için giriş voltajının ilk gösterimini şekil 4.32'de görebilirsiniz. Giriş burada $i_{in}(t)$ değeri



$$i_{in} = \frac{v_{in}}{R_1} \quad (4.126)$$

olur.

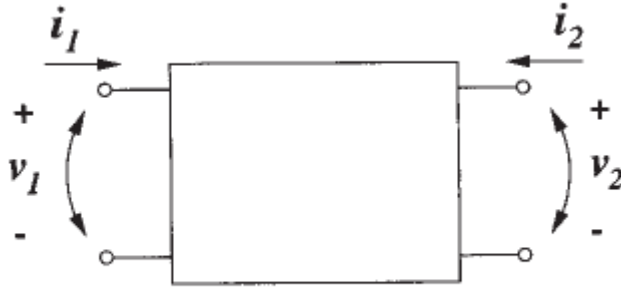
Sonrada R_2 direnci 2 bölüm olarak y parametreleri ile tanımlanır.

Şekil 4,33'de gösterilen akımlar bu iki port üzerinden gerilimi için iki bağlantı noktasının girişi ile ilgili aşağıdaki gibi olur:

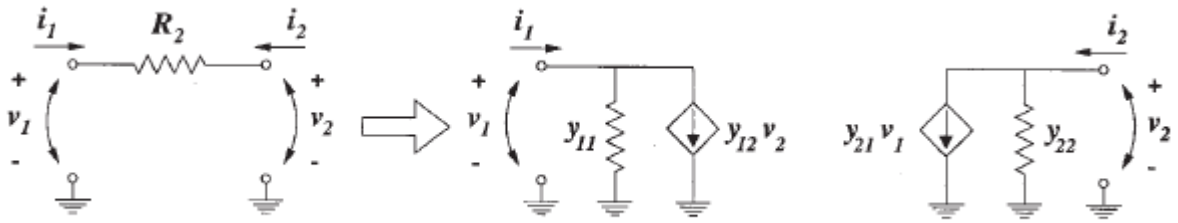
$$i_1 = y_{11}v_1 \Big|_{v_2=0} + y_{12}v_2 \Big|_{v_1=0} \quad (4.127)$$

$$i_2 = y_{21}v_1 \Big|_{v_2=0} + y_{22}v_2 \Big|_{v_1=0} \quad (4.128)$$

R_2 direncinin iki portlu gösteriminin sonucu;



Şekil 4.33: iki portlu devrenin genel gösterimi



Şekil 4.34: şekil 4.32'deki R_2 direncinin iki portlu gösterimi

Şekil 4.34'ü şu şekilde kolayca tanımlayabiliriz.

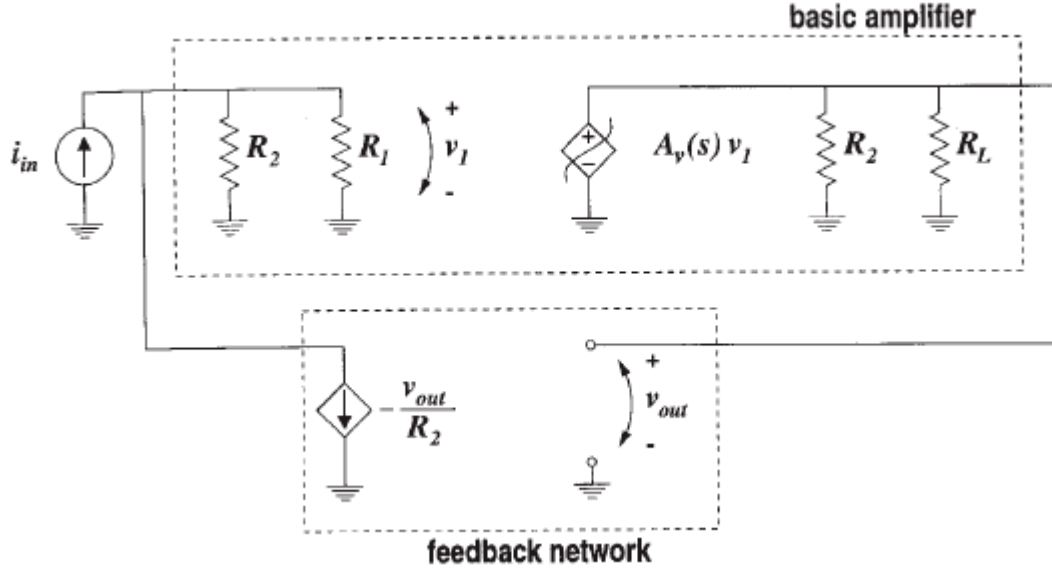
$$y_{11} = \frac{1}{R_2} \quad (4.129)$$

$$y_{12} = -\frac{1}{R_2} \quad (4.130)$$

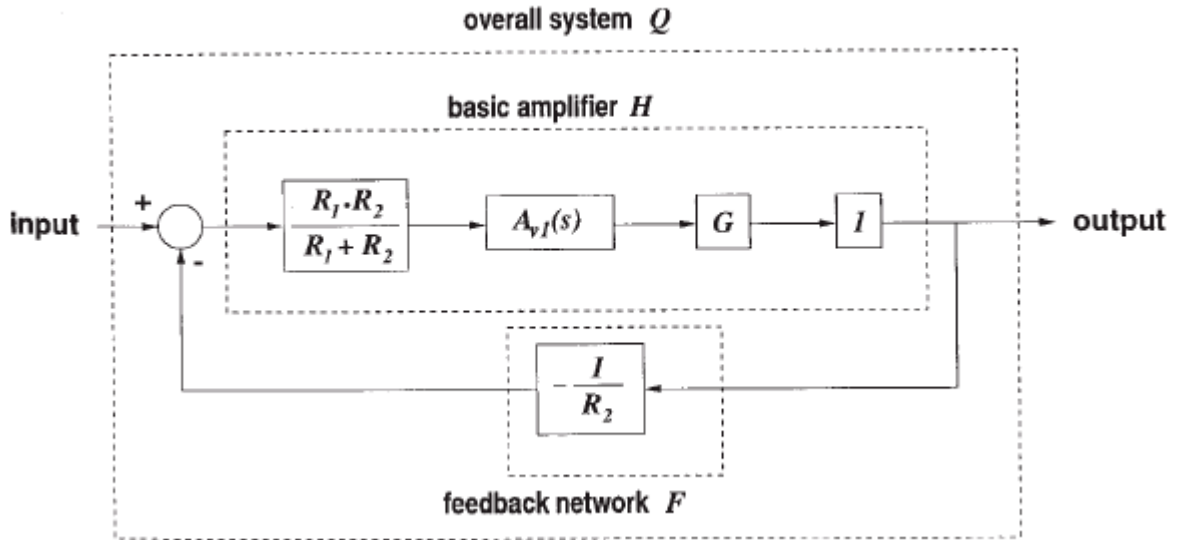
$$y_{21} = -\frac{1}{R_2} \quad (4.131)$$

$$y_{22} = \frac{1}{R_2} \quad (4.132)$$

Bu iki temsili temel amplifikatörü ve Şekil 4.35'te görülmektedir. Temel amplifikatörü gösterilen dirençler R operasyonel amplifikatörünü içererek tanımlanabilir.



Şekil 4.35 : Şekil 4.32'deki amplifikatör temel amplifikatör ve geri besleme ağı olarak iki parçaya bölünmüştür.



Şekil 4.36 : Amplifikatörün son blok-diyagramı

İkinci bölümdeki nonlinearite G operatörü ile gösterilmektedir.

Şekil 4.36; blok şeması ve işlem olarak yorumlanabilir : Which girişi bir akım, bir gerilim içine ilk blok tarafından dönüştürülmüş olmasıdır.

Şekil 4.31'de çekirdek dönüşümleri G şu şekilde bulunabilir. Sonuçta $G_1(s_1)$, $G_2(s_1, s_2)$ ve $G_3(s_1, s_2, s_3)$;

$$G_1(s_1) = G_1 = -g_m R_{L_{int}} \quad (4.133)$$

$$G_2(s_1, s_2) = G_2 = -K_{2g_m} R_{L_{int}} \quad (4.134)$$

$$G_3(s_1, s_2, s_3) = G_3 = -K_{3g_m} R_{L_{int}} \quad (4.135)$$

İkinci aşamada kapasitif etkileri ele alınmamıştır, ve argüman s_1 , s_2 ve s_3 ihmal edilmiştir. Buradaki G_1 faktörü ölçsüzdür, G_2 ve G_3 ise sırasıyla V^- ve V^{-2} boyutlarındadır.

Artık şekil 4.36'daki temel amplifikatörün çekirdek dönüşümünün(H operatörüyle gösterilen) ne olacağı konusunda yeterli bilgiye sahibiz.Temel amplifikatöre uygulana eşitlik 4.68 ve 4.70'den elde edilen $H_1(s_1)$, $H_2(s_1, s_2)$ ve $H_3(s_1, s_2, s_3)$ ifadeleri $(R_1 R_2 / (R_1 + R_2))$ transfer fonksiyonlarının iki doğrusal bloğunu verir ve şu şekilde bulunur:

$$H_1(s_1) = G_1 A_{v1}(s_1) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = -g_m R_{L_{int}} A_{v1}(s_1) \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.136)$$

$$\begin{aligned} H_2(s_1, s_2) &= G_2 \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 A_{v1}(s_1) A_{v1}(s_2) \\ &= -K_{2g_m} R_{L_{int}} \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^2 A_{v1}(s_1) A_{v1}(s_2) \end{aligned} \quad (4.137)$$

$$\begin{aligned} H_3(s_1, s_2, s_3) &= G_3 \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^3 A_{v1}(s_1) A_{v1}(s_2) A_{v1}(s_3) \\ &= -K_{3g_m} R_{L_{int}} \left(\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^3 A_{v1}(s_1) A_{v1}(s_2) A_{v1}(s_3) \end{aligned} \quad (4.138)$$

$H_1(s_1)$, $H_2(s_1, s_2)$ ve $H_3(s_1, s_2, s_3)$ sırasıyla $\Omega, \frac{\Omega}{A}, \frac{\Omega}{A^2}$ şeklindedir.

Şekil 4.36'dan geri beslemeli devrenin çekirdek dönüşümlerinde biri

$$F_1(s_1) = F_1 = -\frac{1}{R_2} \quad (4.139)$$

olur ve geri beslemeli devre lineerliğinden

$$F_2(s_1, s_2) = 0 \quad (4.140)$$

$$F_3(s_1, s_2, s_3) = 0 \quad (4.141)$$

bulunur.

Görüldüğü gibi frekans arttıkça kazancın azaltma faktörü artar. Diğer bir deyişle, kazanç frekans arttıkça daha az olduğunu bastırılır. Ancak, kendisi de azalır.

Tüm devrenin ve harmonic distorsiyonun Volterra çekirdekleri: Tüm sistemin yani Q'nun çekirdek dönüşümünün ne olduğuna karar verebilecek tüm parametreleri şuan biliyoruz tek ihtiyacımız olan şey ise; eşitlik 4.33 ve eşitlik 4.34'ten bildiğimiz amplifikatörün harmonik distorsiyonlarının frekans argümanlarının belirlenmesidir. Yani başka bir şekilde $Q_2(s_1, s_1)$ ve $Q_3(s_1, s_1, s_1)$, $Q_2(s_1, s_2)$ ve $Q_3(s_1, s_2, s_3)$ yerine kullanabiliriz de denebilir. Tüm geri besleme sisteminin birinci dereceden dönüşüm fonksiyonunu eşitlik 4.93, eşitlik 4.136 ve 4.144 kullanarak bulabiliriz:

$$Q_1(s_1) = H_1(s_1)R(s_1) = -R_2 \quad (4.145)$$

İkinci dereceden çekirdek dönüşümü de eşitlik 4.94 eşitlik 4.137 ve eşitlik 4.144 kullanılarak bulunabilir.

$$Q_2(s_1, s_1) = (R(s_1))^2 R(2s_1) H_2(s_1, s_1) \quad (4.146)$$

$$= \frac{R_1 + R_2}{R_1 g_m^3 R_{L_{int}}^3} \cdot \frac{R_2^2 G_2}{A_{v1}(2s_1)} \quad (4.147)$$

$Q_2(s_1, s_1)$ 'nin bölümü Ω / A olur. Ve $Q_2(s_1, s_1)$ frekans ile orantılı olarak artmaktadır. Şonuç olarak 3.dereceden çekirdek dönüşümü $Q_3(s_1, s_1, s_1)$ eşitlik 4.95, 4.137, 4.138 ve 4.144'ten

$$Q_3(s_1, s_1, s_1) = (R(s_1))^3 \cdot \left[H_3(s_1, s_1, s_1) - \frac{2H_2(s_1, s_1)H_2(s_1, 2s_1)}{H_1(2s_1)} \right] \cdot R(3s_1) \quad (4.148)$$

$$= \frac{R_1 + R_2}{R_1 g_m^4 R_{L_{int}}^4} \cdot \frac{R_2^3}{A_{v1}(3s_1)} \left[G_3 - \frac{2G_2^2}{G_1} \right] \quad (4.149)$$

$Q_3(s_1, s_1, s_1)$ 'nin bölümü Ω / A^2 olur. $Q_2(s_1, s_1)$ 'de görüldüğü gibi $Q_3(s_1, s_1, s_1)$ doğrusal olarak frekansla artar.

Eşitlik 4.33 ve 4.34'ten ikinci ve üçüncü harmonil distorsiyonlar bulunabiir.

$$i_{in}(t) = I_{in} \sin(\omega_1 t) \quad (4.150)$$

Giriş sinyali $V_{in}(t) = R_1 i_{in}(t)$ şeklinde ise;

$$v_{in}(t) = V_{in} \sin(\omega_1 t) \quad (4.151)$$

ve V_{in} ve I_{in} genlikleri arasındaki ilişki şu şekildedir:

$$V_{in} = R_1 I_{in} \quad (4.152)$$

İkinci harmoniğin distorsiyonu ise;

$$HD_2 = \frac{1}{2} \cdot I_{in} \cdot \left| \frac{Q_2(j\omega_1, j\omega_1)}{Q_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.153)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{V_{in}}{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 g_m^3 R_{L_{int}}^3} \cdot \frac{R_2 K_{2g_m} R_{L_{int}}}{|A_{v1}(2j\omega_1)|} \quad (4.154)$$

şeklindedir.

$|A_{v1}(2j\omega_1)|$ faktörü için bu ifade;

$$|A_{v1}(2j\omega_1)| = \left| \frac{A_{v10} p_d}{2j\omega_1} \right| = \frac{1}{g_m R_{L_{int}}} \frac{\pi GBW}{\omega_1} \quad (4.155)$$

şeklinde yazılabilir

ve buradan da birkaç cebirsel işlemle sonra

$$HD_2 = \frac{1}{2} \cdot V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot K'_{2g_m} \cdot \frac{\omega_1}{g_m R_{L_{int}} \pi GBW} \quad (4.156)$$

elde edilir.

Bu ikinci harmonik distorsiyonu da frekansla orantılı olarak artar.

$R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 20k\Omega$. pratik bir örnek için eşitlik 4.156'ya denktir. Düşük frekanslardaki tüm amplifikatörün voltaj kazancı -20'dir. Bundan da bant genişliği kazancı 1MHz ve sinyal frekansı 10kHz olur. Opamp devresinin ikinci bölüm kazancı $g_m R_{L_{int}}$ için 50 olur. Burada tablo 3.2'den doğrusal olmayan normalize K'_{2g_m} ;

$$K'_{2g_m} = \frac{K_{2g_m}}{g_m} = \frac{1}{2(V_{GS} - V_T)} \quad (4.157)$$

şeklinde bulunur.

$V_{GS}-V_T$ için $0.2V$ $K'_{2gm}=2.5V^{-1}$ olarak bulunur. Giriş genliği $100mV$ olur. Bu çıkış genliğinin $2V$ olacağı anlamına gelir. Eşitlik 4.156 kullanılarak bulunan ikinci harmonik distorsiyonu 0.021 yada $\%2.1$ olarak bulunabilir.

Şimdi sırada üçüncü harmonik distorsiyon var. Eşitlik 4.34 kullanılarak biz şunu bulacağız;

$$HD_3 = \frac{1}{4} \cdot I_{in} \cdot \left| \frac{Q_3(j\omega_1, j\omega_1, j\omega_1)}{Q_1(j\omega_1)} \right| \quad (4.158)$$

Eşitlik 4.145 ve 4.149 kullanılarak ikinci harmonik distorsiyonu

$$HD_3 = \frac{1}{4} \cdot V_{in}^2 \cdot \frac{R_2^2}{R_1^1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \left| -K'_{3gm} + 2K'^2_{2gm} \right| \cdot \frac{3\omega_1}{2\pi GBW g_m^2 R_{L_{int}}^2} \quad (4.159)$$

bulunur.

HD_2 'de gözüktüğü şekilde HD_3 'de frekansla orantılı olarak artmaktadır.

Eşitlik 4.159'dan denk olarak elde edilecek değerler HD_3 için 2.5×10^{-5} 'dir.