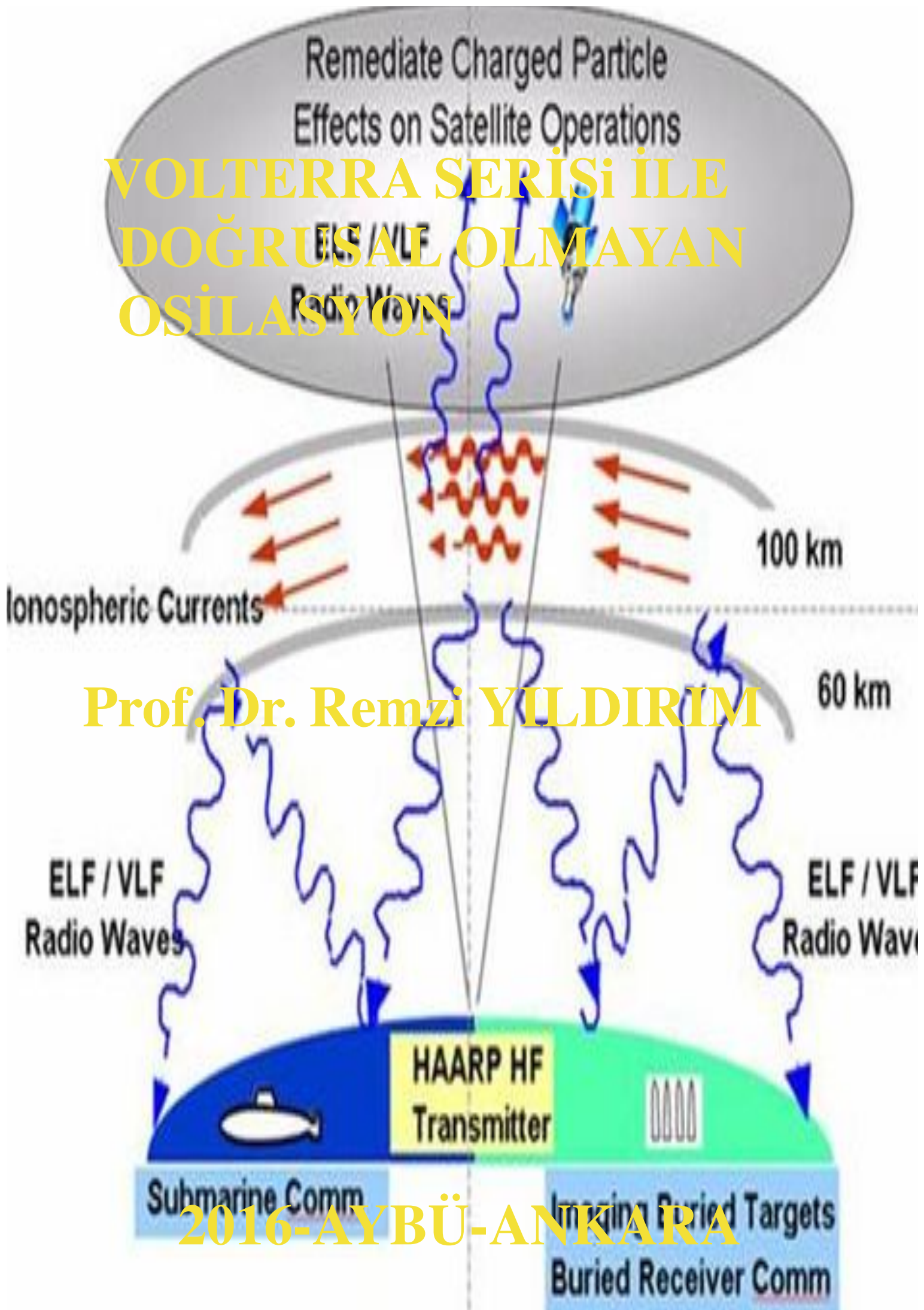


Remediate Charged Particle
Effects on Satellite Operations

VOLTERRA SERİSİ İLE DOĞRUSAL OLMAYAN OSİLASYON



2016-AYBÜ-ANKARA

VOLTERRA SERİSİ İLE DOĞRUSAL OLMAYAN OSİLASYON

1.GİRİŞ

Zayıf doğrusal olmayan salınının *genlik A* ve *frekans ω* 'sine karar verme problemi Van der Pol'a göre. Bundan sonra, birçok metot geliştirildi: *frekans metodu*[2]nin, *harmonik balans metodunun*[3], Krylov, Bogoliubov ve Mitropolsky'ye[4][5] mal olan *aşırılma metodunun* tanımlarını içerirler.

Fonksiyon tanımı ve harmonik balans metotları salınının şekilde gösterildiği gibi *basit bir bağ geribildirim sistemi* tarafından modellendiği zaman tasarım problemlerinde geniş çapta kullanılırlar. Burada, $G(s)$ doğrusal zaman-değişik elementlerden yapılmış basit bir giriş sinyali-çıkış doğrusal sistemi transfer fonksiyonu anlamına gelir ve $f(\cdot)$ bir skaler doğrusal olmayan fonksiyon anlamına gelir. Bu metotların esas frekans ω 'nin tüm harmoniklerini ihmal ettiklerinden beri, $G(s)$ esasen bir "düşük geçiş" filtresi gibi davrandığı zaman sadece geçerli olurlar. Buna rağmen, kesin matematik teoremleri bu metotların geçerliliğini kontrol için kullanılabilirler, genellikle uygulanmak için saçma olurlar. Bu metotların önceden bildirmek, sistemdeki yanlılık, salınımlar için bilindiğinden beri cevaplar dikkatli kesin olmayan konumlarda kontrol edilmeli.

Ortalama metodu ϵ 'nin küçük bir parametre olduğu aşağıdaki eşitlik ile tanımlanmış sistemler için uygulanabilir;

$$\dot{x} = \epsilon f(x, t), x \in R^n$$

Sarkaçların durumunda, bu metot, prensipte, denklemlere karar vermenin uygun bir sırasını seçmek sayesinde istenen kesinliği elde etmek için A ve ω 'yi hesaplamak için birine izin



Şekil1. tek bir bağ doğrusal olmayan geri bildirim sistemi

verebilir. Aslında, bu denklemler ikinci sıra ilerisine son derece karmaşık olurlar.

Daha yakın zamanlarda, *Hopf bifurcation teoremi* salınının frekans ω 'sini tahmin etmek için başka bir araç önerir, genlik A 'nın yeterli derecede küçük olmasını sağlar. Maalesef, küçük nasıl "küçük" olduğunu belirlemek için basit bir meselenin ana noktası yoktur.

Bu notta bizim nesnemiz önceki metotların çoğu istenilir özelliklerini örnek almış tamamiyle yeni bir yaklaşım geliştirmek içindir. Bu yeni yaklaşımın bazı ilginç özellikleri:

1. harmonik balans ve tanımlama fonksiyon metotları gibi, bizim yaklaşımımız basit bir bağ doğrusal olmayan geri bildirim sisteminin terimlerinde formüle edilir (*şekil.2(a)*)². Bizim sadece üzerinde durduğumuz birleştirilmiş açık-bağ sistemidir.

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n u(t - \tau_i) d\tau_i. \quad (1.1)$$

Tanımlama fonksiyon metodundan farklı olarak, bizimkiler daha yüksek harmoniklerle önemli efektler katkılarını içerirler.

2. Ortalama metoduna benzer olarak, bizim yaklaşım bir çift cebirsel belirlenmiş denklemleri çözmek için azaltır. Bu durumda, denklemler aşağıdaki biçimi farz ederler.

3.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} d_n(A, \omega) &= 0 \\ \operatorname{Im} d_n(A, \omega) &= 0 \end{aligned} \quad (1.2a)(1.2b)$$

$d_n(A, \omega)$ 'nin karmaşık sayıları içeren A 'nın ve ω 'nin bir cebirsel fonksiyonu olduğu yerde, ve $\operatorname{Re}(\cdot)$ ve $\operatorname{Im}(\cdot)$ 'nin anılan sıraya göre gerçek ve sanal kısımları belirttiği yerde. Ortalama metoduna benzer olarak, bizim yaklaşımımız herhangi istenen doğruluk için, prensipte, A ve ω 'yi bulmada yeteneklidir.

Ortalama metodundan farklı, bizim metod $n > 2$ ile birlikte n .dizi diferansiyel denklemlere uygulanabilir ve bir “küçük parametre”nin varlığını istemez.

4. Hopf bifurcation teoremden farklı, bizim metod “ A ”nın yeteri kadar küçük olup olmayacağına karar vermemize izin verir.

Sırada bu notu uzman olmayanlar için kolay bulunur yapmak için, bir el kitabı biçimini kullanarak bölüm 2’de ilk önce *tanımlama fonksiyonlarını* göstereceğiz. Şekil 1’deki özel geri bildirim yapılarıyla modellenen salınımlar için, ilk-sıra tanımlama fonksiyonları son derece basittir. Aslında, okuyucu Volterra serileri ile aşına olmak zorunda değildir. Biz bölüm 3’de birçok pratik örnekler resimlerle açıklanacak.

Çoğu genel sistemler için, Volterra serilerinin sadece temelleri tanımlama fonksiyonlarından elde edilmişlerde ihtiyacı yoktur. İhtiyaç duyulan her türlü arka plan bölüm 4’te ve Ek A’da verildi.

Sonuçta, bizim yaklaşımımızın matematiksel gerçekleştirilmesi tüm teoremlerin çatısını tamamlamak ile birlikte bölüm 5’te verildi.

II. GENLİK-FREKANS TANIMLAMA DENKLEMİ

Bu notun ana sonucu n .dizi cebirsel tanımlama denklemi oluşturmak için sistematik bir metod geliştirmek(1.2) böylece çözümü doğruluk isteği için sinüzoidal salınının genlik A ve frekans ω 'yi verir.

Bu bölümde, çatısız çeşitli durumlar için tanımlama denklemini vereceğiz, böylece kullanıcı bölüm 5’te verilen olmak için daha çok karmaşık matematiksel gerçeklemeler ile kafası karışmış olmaksızın direk ekleyebilir.

A. İlk-Dizi Karar Denklemi

İlk-dizi karar denklemi aşağıdaki ile verilir;

$$d_1(A, \omega) \equiv H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 - 1 = 0 \quad (2.1)$$

$H_1(j\omega)$ ve $\Omega_1(j\omega)$ 'nin aşağıda verilecek biçimde açık olan ω 'nin fonksiyonları oldukları yerde.

Eşitlik (2.1)'in iki kenarındaki gerçekte ve sanal kısımlarını sıfıra eşitlemek, iki eşdeğer denklemi elde ederiz:

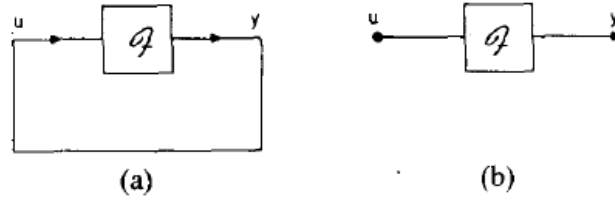
$$\text{Re } d_1(A, \omega) \stackrel{\Delta}{=} \text{Re} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega) A^2 - 1 \} = 0$$

$$\text{Im } d_1(A, \omega) \stackrel{\Delta}{=} \text{Im} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega) A^2 - 1 \} = 0$$

(2.1a, 2.1b)

A^2 için (2.1b)'nin çözümü ve sonucu (2.1a)'nın yerine koymak, aşağıdaki elde ederiz:

$$d_0(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \text{Re } H_1(j\omega) - \left[\frac{\text{Im } H_1(j\omega)}{\text{Im } \Omega_1(j\omega)} \right] \text{Re } \Omega_1(j\omega) - 1 = 0. \quad (2.2)$$



Şekil 2. (a) Bir kapalı-bağ doğrusal olmayan geri bildirim sistemi
(b) Açık-bağ doğrusal olmayan sistem

(2.2)'in ω 'de bir skaler denklem olduğundan beri, kolaylıkla çözülmüş ya grafiksel ya da standart numaralı teknikler olabilir. (2.2)'nin her $\omega = \omega_i$ çözümü için, (2.1a)'ya da (2.1b)'de direk yerine koymakla uygun genlik A_i hesaplayabiliriz. Şimdi $H_1(j\omega)$ ve $\Omega_1(j\omega)$ 'yi tanımlayalım:

A.1.Özel Durum: Şekil 1'de Geri bildirim Bağ ($f(0)=0$)

Şekil 1'in tek-bağ geri bildirim sistemindeki doğrusal olmayan fonksiyonun bir polinomial tarafından gösterildiğini farzedelim;

$$f(u) = a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + \dots \quad (2.3)$$

Bu durumda, basitçe aşağıdakini elde ederiz;

$$H_1(j\omega) = a_1 G(j\omega)$$

$$\Omega_1(j\omega) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{2a_2^2 G(j\omega) G(j2\omega)}{1 - a_1 G(j2\omega)} + \frac{4a_2^2 G(0) G(j\omega)}{1 - a_1 G(0)} + 3a_3 G(j\omega) \right\}. \quad (2.5)$$

A.2. Genel Durum: Şekil 2'deki Geri bildirim Bağ

Bu durumda, şekil 2(b)'deki $\mathfrak{S}$ açık-bağ sisteminin bir yakınsak Volterra serileri tarafından tanımlandığını farzederiz. Eğer üslülerin bir toplamından oluşan bir giriş $u(t)$ ekleriz, sonra şekil 2(b)'deki $y(t)$ yanıtının $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2), H_3(s_1, s_2, s_3), \dots, vb.$ daha yüksek sıra transfer fonksiyonlarının terimlerindeki frekans domain'inde hesaplanabildiği bölüm 4'te gösterilir. Bu transfer fonksiyonları doğrusal sistem teorisinden bildik transfer fonksiyonlarına tamamen benzerdirler. Doğrusal sistemlerin bir sırasını çözmeyi içeren Ek A'da tanımlanan tekrarlamalı bir algoritma kullanarak oluşturulabilirler. Burada, bu daha yüksek dizi transfer fonksiyonlarının bulunduğunu ve $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2), H_3(s_1, s_2, s_3), \dots, vb.$ 'nin terimlerindeki karar verme denklemlerinin basitçe sunulduğunu farzedeceğiz. Özellikle, bizde aşağıdaki var;

$$H_1(j\omega) \stackrel{\Delta}{=} H_1(s_1)|_{s_1=j\omega}$$

$\Omega_1(j\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{4} \{ \mathfrak{K}_3(j\omega, j\omega, -j\omega) + \mathfrak{K}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) + \mathfrak{K}_3(-j\omega, j\omega, j\omega) \}$ aşağıdaki olduğu yerde;

$$\mathfrak{K}_3(j\omega, j\omega, -j\omega) \triangleq H_2(j2\omega, -j\omega) \frac{H_2(j\omega, j\omega)}{1-H_1(j2\omega)} + H_2(j\omega, 0) \frac{H_2(j\omega, -j\omega)}{1-H_1(0)} + H_3(j\omega, j\omega, -j\omega) \quad (2.8a)$$

$$\mathfrak{K}_3(-j\omega, j\omega, j\omega) \triangleq H_2(0, j\omega) \frac{H_2(-j\omega, j\omega)}{1-H_1(0)} + H_2(-j\omega, j2\omega) \frac{H_2(j\omega, j\omega)}{1-H_1(j2\omega)} + H_3(-j\omega, j\omega, j\omega) \quad (2.8b)$$

$$\mathfrak{K}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) \triangleq H_2(0, j\omega) \frac{H_2(j\omega, -j\omega)}{1-H_1(0)} + H_2(j\omega, 0) \frac{H_2(-j\omega, j\omega)}{1-H_1(0)} + H_3(j\omega, -j\omega, j\omega). \quad (2.8c)$$

$H_1(j\omega)$ ve $\Omega_1(j\omega)$ 'nin $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2)$ ve $H_3(s_1, s_2, s_3)$ 'leri gibi yazılabildiğine dikkat edin.

Elde edilmiş bu yüksek sıra transfer fonksiyonları için dostdoğru metotlar [10]'da ve Ek A'da verildi. Örneğin, [10]'u şekil-1'deki sisteme eklemekle, aşağıdaki elde ederiz:

$$H_1(s_1) = a_1 G(s_1) \quad (2.9a)$$

$$H_2(s_1, s_2) = a_2 G(s_1 + s_2) \quad (2.9b)$$

$$H_3(s_1, s_2, s_3) = a_3 G(s_1 + s_2 + s_3) \quad (2.9c)$$

(2.9)'u (2.6)-(2.8)'in yerine koymakla ve sadeleştirmekle, (2.4) ve (2.5)'i elde ederiz.

B. İkinci-sıra Karar Verme Denklemi

İkinci-sıra karar verme denklemi şöyle bulunur:

$$d_2(A, \omega) \stackrel{\Delta}{=} H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 - 1 = 0 \quad (2.10)$$

ya da eşitiyle:

$$\operatorname{Re} d_2(A, \omega) \stackrel{\Delta}{=} \operatorname{Re} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 - 1 \} = 0 \quad (2.10a) \quad (2.10b)$$

$$\operatorname{Im} d_2(A, \omega) \stackrel{\Delta}{=} \operatorname{Im} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 - 1 \} = 0$$

Ya (2.10) ya da (2.10b) için çözülebilir ve sadece ω 'nin terimlerinde basit bir denklem elde etmek için diğerinin yerine konulabilir. Örneğin, eğer $\operatorname{Im} \Omega_2(j\omega) \neq 0$ ise, sonuç şöyledir:

$$d_0(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \operatorname{Re} H_1(j\omega) + \operatorname{Re} \Omega_1(j\omega)A^2(\omega) + \operatorname{Re} \Omega_2(j\omega)[A^4(\omega)]^2 - 1 = 0 \quad (2.11a)$$

şöyle olduğu yerde:

$$A^2(\omega) \stackrel{\Delta}{=} \frac{-\operatorname{Im} \Omega_1(j\omega) \pm \sqrt{[\operatorname{Im} \Omega_1(j\omega)]^2 - 4[\operatorname{Im} \Omega_2(j\omega)][\operatorname{Im} H_1(j\omega)]}}{2 \operatorname{Im} \Omega_2(j\omega)} \quad (2.11b)$$

Şimdi $H_1(j\omega), \Omega_1(j\omega)$ ve $\Omega_2(j\omega)$ 'yi tanımlayalım.

B.1.Özel kullanım: şekil-1 ($f(u) = -f(-u)$) 'deki Geri bildirim

Farzedelim ki, doğrusal olmayan fonksiyon bir “tek” polinom ile gösterilsin:

$$f(u) = a_1 u + a_3 u^3 + a_5 u^5 + \dots \quad (2.12)$$

Bu durumda, basitçe aşağıdaki elde edilir:

$$H_1(j\omega) = a_1 G(j\omega) \quad (2.13)$$

$$\Omega_1(j\omega) = \frac{3}{4} a_3 G(j\omega) \quad (2.14)$$

$$\Omega_2(j\omega) = \frac{1}{16} \left\{ \frac{3a_3^2 G(j\omega) G(j3\omega)}{1 - a_1 G(j3\omega)} + 10a_5 G(j\omega) \right\} \quad (2.15)$$

B.2. Genel Durum: Şekil-2'deki Geri bildirim Bağ

Bu durumda, $H_1(j\omega)$ ve $\Omega_1(j\omega)$ (2.6) ve (2.7) tarafından verilir, sıraya göre, şöyle iken:

$$\begin{aligned} \Omega_2(j\omega) &= \frac{1}{16} \{ \aleph_3(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega) \\ &+ \aleph_3(j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega) \\ &+ \aleph_3(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) \\ &+ \aleph_3(j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \\ &+ \aleph_3(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \\ &+ \aleph_3(j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \\ &+ \aleph_3(-j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \\ &+ \aleph_3(-j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \\ &+ \aleph_3(-j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \\ &+ \aleph_3(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega) \} \end{aligned} \quad (2.16)$$

İfade tanımlama $\aleph_5(s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$, tamamen karmaşıktır ve Ek A'da anlatılan tekrarlamalı algoritma kullanımını gerektirdi. Yine de, $\aleph$ 'in tek simetrik olduğu özel durumda $H_{2n}(s_1, s_2, \dots, s_{2n}) = 0$, tümü için, aşağıdaki elde ederiz:

$$\aleph_5(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega) = \frac{H_3(j3\omega, -j\omega, -j\omega) H_3(j\omega, j\omega, j\omega)}{1 - H_1(j3\omega)} + H_5(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega) \quad (2.17a)$$

$$\aleph_5(j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega) = H_5(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) \quad (2.17b)$$

$$\aleph_5(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) = H_5(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) \quad (2.17c)$$

$$\aleph_5(j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) = H_5(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \quad (2.17d)$$

$$\aleph_5(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) = H_5(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \quad (2.17e)$$

$$\aleph_5(j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) = H_5(j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \quad (2.17f)$$

$$\aleph_5(-j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) = \frac{H_3(-j\omega, j3\omega, -j\omega)H_3(j\omega, j\omega, j\omega)}{1 - H_1(j3\omega)} + H_5(-j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega)$$

$$(2.17g)$$

$$\aleph_5(-j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) = H_5(-j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \quad (2.17h)$$

$$\aleph_5(-j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) = H_5(-j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \quad (2.17i)$$

$$\aleph_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega) = \frac{H_3(-j\omega, -j\omega, j3\omega)H_3(j\omega, j\omega, j\omega)}{1 - H_1(j3\omega)} + H_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega)$$

$$(2.17j)$$

C.N.-sıra Karar Verme Denklemi

The Nth-order determining equation is given by

$$d_N(A, \omega) \triangleq H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 + \dots + \Omega_N(j\omega)A^{2N} - 1 = 0 \quad (2.18)$$

or equivalently,

$$\operatorname{Re} d_N(A, \omega) \triangleq \operatorname{Re} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 + \dots + \Omega_N(j\omega)A^{2N} - 1 \} = 0 \quad (2.18a)$$

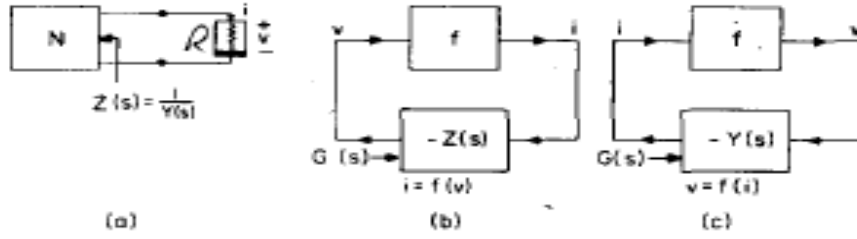
$$\operatorname{Im} d_N(A, \omega) \triangleq \operatorname{Im} \{ H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 + \dots + \Omega_N(j\omega)A^{2N} - 1 \} = 0. \quad (2.18b)$$

Burada, önce $H_1(j\omega)$ ve $\Omega_1(j\omega)$ (2.6) ve (2.7) tarafından verilir, $\Omega_1(j\omega), \Omega_2(j\omega), \dots, \Omega_n(j\omega)$ bölüm-4’de ve Ek A’da anlatıldığı gibi oluşturulabilirken.

Denklemler $H_1(j\omega), \Omega_1(j\omega), \dots, \Omega_{n-1}(j\omega)$ (N-1)inci sıra tanımlama denklemiindeki uygun tanımlara benzerdirler. her bir ilave terim $\Omega_n(j\omega)A^{2N}$ “büyüklük”ün genellikle en azından bir daha küçük büyüklüğün sırası olacağından beri, bu ilave terimi ortalama metot[4] tanımlamaya benzer düzeltme “daha yüksek sıra” gibi yorumlayabiliriz.

III. AÇIKLAYICI ÖRNEKLER

Birçok uygulamada, tasarımcı, sadece bir devre ya da sistemin salınıp salınmayacağını bilmekle ilgilidir ve eğer böyleyse, “yaklaşık” frekans ω ’si ve Ek A’sıdır. Böyle durumlarda, sadeliğinin görünüşündeki *ilk-sıra tanımlama denklemini seçmek* için tamamen yeterlidir. Eğer $f(\cdot)$ bir tek fonksiyonsa, sonra çok küçük ek iş ile ikinci-sıra tanımlama denklemi ile artmış doğruluk elde edilebilirdi.



Şekil-3.(a).iki terminal doğrusal olmayan rezistör içeren devre(b) voltaj kontrollü rezistör için denk geri bildirim sistemi (c)kontrollü rezistör için denk geri bildirim sistemi

Eğer biri ω ve A'nın "yakın" tam değeriyle ilgili olduğunda, biri daima bir önceki durumdaki gibi yukarıdaki "yaklaşık" ω ve A kullanan daha hızlı bir bilgisayar simülasyon algoritmasından[11] yararlanır. Aslında, son derece basit ilk-sıra tanımlama denkleminin önemli bir uygulaması alt dizi "yakın" tam bilgisayar simülasyonunun hızlı bir noktada birleşmesinin esası olan iyi bir "önceki durum" tam olarak hesaplamak içindir.

Bu bölümde bizim nesnemiz, bazı tipik doğrusal olmayan devreler için bu tanımlama denklemlerinin uygulamalarını açıklamaktır.

Örnek 1. Doğrusal Olmayan Bir Rezistörde Doğrusal Bir-Port Sona Erdirme

N'nin bir empedans $Z(s)$ ya da kabul $Y(s)$ tarafından tanımlanmış rasgele seçilmiş doğrusal zaman-sabit bir-portu gösterdiği Şekil-3'de gösterilen devreyi dikkate alın.

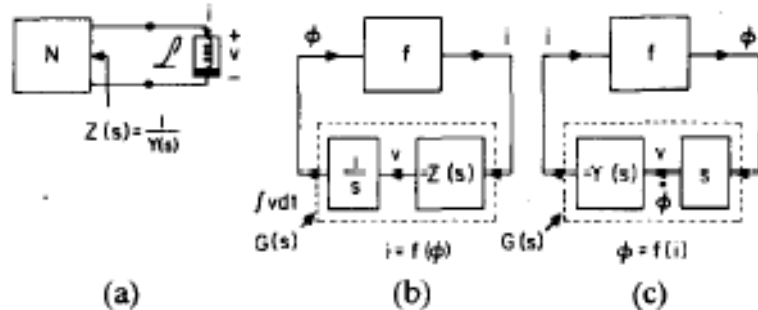
Eğer doğrusal olmayan rezistör *voltaj-kontrollü* ($i=f(v)$) ise, sonra eşdeğer geri bildirim simgesi $G(s)=-Z(s)$ olduğu yerde, Şekil-3(b)de gösterildi.

Eğer doğrusal olmayan rezistör *genel-kontrollü* ($v=f(i)$) ise, sonra eşdeğer geri bildirim simgesi $G(s)=-Y(s)$ olduğu yerde, Şekil-3(c)de gösterildi.

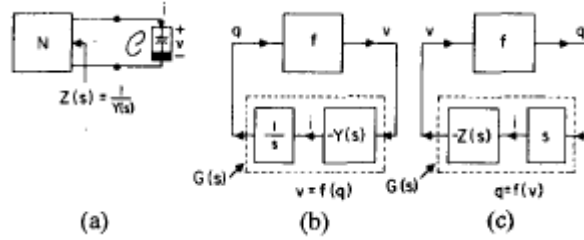
Her iki durumda, önceki bölümdeki açık formülleri salınının frekans ω ve ek A'yı hesaplamak için ekleyebiliriz, devre salınımlarını farzetmek.

Örnek 2. Doğrusal Olmayan Bir İndüktörde Doğrusal Bir-Port Sona Erdirme

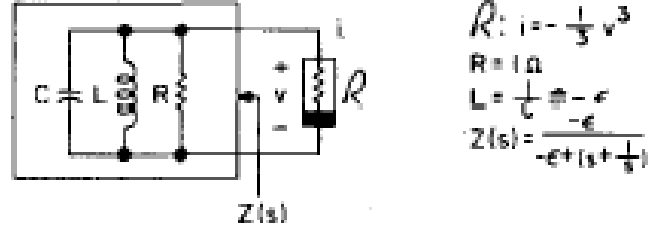
ϕ 'nin Ya bir doğrusal olmayan değişken-kontrollü ($i=f(\phi)$) ya da genel-kontrollü ($\phi=f(i)$) indüktörü gösterdiği yerde Şekil-4(a)'da gösterilen devreyi göz önünde tutun. Uygun eşdeğer geri bildirim sistemi şekil-4(b)'de sıraya göre gösterilir, $G(s)=-Z(s)/s$ ve şekil-4(c)'de, $G(s)=-sY(s)$ ile.



Şekil-4.(a) iki terminal doğrusal olmayan indüktör içeren devre (b) değişken-kontrollü indüktör için denk geri bildirim sistemi (c) genel-kontrollü indüktör için denk geri bildirim sistemi



Şekil-5.(a) iki-terminal doğrusal olmayan kapasitör içeren devre (b) değişken-kontrollü kapasitör için denk geri bildirim sistemi (c) voltaj- kontrolü kapasitör için denk geri bildirim sistemi



Şekil-6. van der Pol denklemi tarafından tanımlanmış doğrusal olmayan RLC devre

Örnek 3. Doğrusal Olmayan Bir Kapasitördeki Doğrusal Bir-Port Sona Erdirme

$\mathcal{C}$ 'nin ya bir doğrusal olmayan şarj-kontrollü ($v = f(q)$) ya da voltaj-kontrollü ($q = f(v)$) kapasitörü gösterdiği yerde Şekil-5(a)'da gösterilen devreyi göz önünde tutun. Uygun eşdeğer geri bildirim sistemi, $G(s) = -Y(s)/s$ ile şekil-5(b)'de ve, $G(s) = -Y(s)/s$ ile şekil-5(c)'de sıraya göre gösterilir.

Örnek 4. van der Pol Salınım

Şekil-6'da gösterilen devre aşağıdaki ile tanımlanır:

$$\ddot{v} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{R} - v^2 \right) \dot{v} + \frac{1}{LC} v = 0 \quad (3.1)$$

Eğer $R=1$ ve $1/C=L=-\epsilon$ olduğunu farzederseniz, iyi bilinen van der Pol denklemi [3]-[5] için eşitlik (3.1) azaltır.

$$\ddot{v} - \epsilon(1 - v^2) \dot{v} + v = 0 \quad (3.2)$$

Bu meşhur denklem kapsamlı çalışılmış ve çözümünün çoğu özellikleri şimdi iyi biliniyor. Özellikle, elimizde şunlar var:

- 1) Küçük pozitif ϵ için, (3.2)'de frekans $\omega \approx 1$ ve genlik $A \approx 2$ 'nin sabit olmayan bir "sinüzoidal" çözümü vardır. Bu, faz seviyesindeki yarıçap 2'nin sabit bir "dairesel" tur limitine uygundur.
- 2) Küçük negatif ϵ için, (3.2)'de frekans $\omega \approx 1$ ve genlik $A \approx 2$ 'nin sabit bir "sinüzoidal" çözümü vardır. Bu, faz seviyesindeki yarıçap 2'nin sabit olmayan bir "dairesel" tur limitine uygundur.

İlk-sıra tanımlama denklemi (2.1)'i kullanarak van der Pol denklemi (3.2)'yi analiz edelim. Şekil-6 ve şekil-3(a)'yı karşılaştırmakla, aşağıdakini tanımlayalım:

$$G(s) = \frac{\epsilon}{-\epsilon + \left(s + \frac{1}{s}\right)}$$

(3.3)

$f(v) = -(1/3)v^3$ olduğundan beri, tüm $i \neq 3$ ve $a_3 = -1/3$ için $a_i = 0$ 'mız var. Sonuç olarak, (2.4) ve (2.5) bize aşağıdakini verir:

$$H_1(j\omega) = 0 \quad \Omega_1(j\omega) = \frac{-\epsilon}{4} \left[\frac{1}{-\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right]. \quad (3.4)$$

(3.4)'ü (2.1)'in yerine koymak, ilk-sıra tanımlama denklemini elde ederiz:

$$d_1(A, \omega) = -\frac{\epsilon}{4} \left[\frac{1}{-\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] A^2 - 1 = 0. \quad (3.5)$$

(3.5)'yı sadeleştirmekle, aşağıdakini elde ederiz:

$$-\frac{\epsilon}{4} A^2 + \epsilon - j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right) = 0 \quad (3.5a)$$

(3.5a)'yı çözmekle, ilk-sıra çözümünü elde ederiz:

$$\omega=1 \quad A=2$$

(3.6)

Sonuç olarak, bizim *ilk-sıra tanımlama denkleminiz*, ortalama[4]'nın metodundan elde edilmiş benzer bir ilk-sıra denklemin çözümünden elde edilmiş gibi olan *tamamıyla aynı cevabı* verir. Bu durumdaki ya A yada ω 'nin ϵ 'ye dayandığından beri, (3.6)'nın sadece yaklaşık bir çözüm olduğu açıktır.

A ve ω üzerinde parametre ϵ 'nin etkisine karar vermek için, aşağıdaki *ikinci-sıra tanımlama denklemini* yazalım. $f(v)$ 'nin v 'nin tek bir fonksiyonu olduğundan beri, Aşağıdakini elde etmek için, (2.15)'i kullanırız:

$$\Omega_2(j\omega) = \frac{\epsilon^2}{48} \left\{ \frac{1}{\left[-\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right) \right] \left[-\epsilon + j\left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right) \right]} \right\}. \quad (3.7)$$

Eşitlik (3.4) ve eşitlik(3.7)'yi (2.10)'un yerine koymakla, aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$d_2(A, \omega) = -\frac{\epsilon}{4} \left[\frac{A^2}{-\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] + \frac{\epsilon^2}{48} \left\{ \frac{A^4}{\left[-\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right) \right] \left[-\epsilon + j\left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right) \right]} \right\} - 1 = 0. \quad (3.8)$$

(3.8)'i sadeleştirmek ve kendi gerçekte ve sanal kısımlarını 0'a eşitlemekle, aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\text{Re } \hat{d}_2(A, \omega) = \epsilon^2 A^4 + 12\epsilon^2 A^2 - 48\epsilon^2 + 144\omega^2 + \frac{16}{\omega^2} - 160 = 0 \quad (3.8a)$$

$$\text{Im } \hat{d}_2(A, \omega) = -36\epsilon\omega A^2 + 4\epsilon A^2/\omega + 192\epsilon\omega - 64\epsilon/\omega = 0^6. \quad (3.8b)$$

$\epsilon=0.2$ ile (3.8)'i sayısal olarak çözmekle, aşağıdaki eşitliği çözeriz:

$$\omega = 0.9975 \approx 1 \quad A = 1.998 \approx 2.$$

(3.9)

İkinci-Sıra Çözümü:

İlk-sıra analizden meydana gelen hata, “esnek” denklemini elde etmek için (3.6)'yı (3.8a)'nın yerine koymakla analiz edilebilir:

$$\begin{aligned}
\frac{\text{Re } d_2(2, \omega)}{16} &= \epsilon^2 + 9\omega^2 + \frac{1}{\omega^2} - 10 \\
&= 9(\omega^2 - 1) + \left(\frac{1}{\omega^2} - 1\right) + \epsilon^2 \\
&= 9(\omega + 1)(\omega - 1) + \left(\frac{1}{\omega} + 1\right)\left(\frac{1}{\omega} - 1\right) + \epsilon^2 = 0.
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Şimdi eğer $\omega=1+\delta\omega$ yaparsak ve yaklaşık kullanımlarını yaparsak:

$$\begin{aligned}
\omega + 1 &\approx 2, \quad \frac{1}{\omega} + 1 \approx 2 \\
\frac{1}{\omega} - 1 &= \frac{1}{1 + \delta\omega} - 1 \approx (1 - \delta\omega) - 1 = -\delta\omega
\end{aligned} \tag{3.11}$$

aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$18\delta\omega - 2\delta\omega + \epsilon^2 = 0. \tag{3.12}$$

Bundan dolayı $\delta\omega = -(1/16)\epsilon^2$ ve ikinci-sıra çözümü aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$\omega = 1 - \frac{1}{16}\epsilon^2 \tag{3.13}$$

Bu cevap ortalama[4] metodundan türetilmiş bir analog ikinci-sıra denklem çözümünden elde edilmiş ile hemen hemen aynıdır. Diğer bir deyişle, bizim ikinci- sıra tanımlama denkleminden türemiş çözüm, aynı sıranın eklenmiş ortalama metodundan türetilmiş olan gibi aynı doğruluk derecesine sahiptir

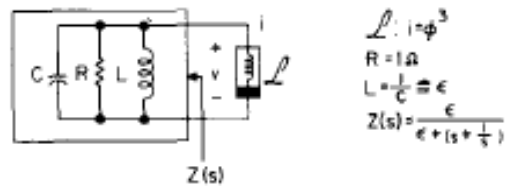
Eğer analizimizi üçüncü-sıra tanımlama denklemi kullanarak tekrar edersek, ϵ^4 ile orantılı olan bir düzeltme teriminin (3.13)ten çıkarılmak zorunda olacağını göreceğiz. Bu analizi yeterli yüksek sıranın bir tanımlama denklemini kullanarak tekrar edersek, prensipte, ω 'yi ϵ 'nin bir fonksiyonu gibi veren bir analitik ifade oluşturabiliriz ki bu ifade, herhangi istenilen doğruluğu düzeltir.

Örnek 5. Zayıflatılmış Duffing'in Denklemleri

Şekil 7'de gösterilen devre aşağıdaki eşitlik tarafından tanımlanır:

$$\ddot{\phi} + \frac{1}{RC}\dot{\phi} + \frac{1}{LC}\phi + \frac{1}{C}\phi^3 = 0. \tag{3.14}$$

Eğer $R=1$ ve $1/C=L=\epsilon$ olduğunu farzederseniz, eşitlik (3.14), iyi bilinen “zayıflatılmış” Duffing'in denklemini azaltır.:



Şekil 7. Duffing'in denklemi ile tanımlanan Doğrusal olmayan RLC devre

$$\phi + \epsilon\dot{\phi} + \phi + \epsilon\phi^3 = 0 \tag{3.15}$$

Bu denklemin *global sonuçlar kararlı*[5] olduğu, [13] ve böylece salınımın olmadığı iyi bilinir. Bu *tanımlama denkleminin* bir çözümü olamayacağı anlamına gelir. Bu sonucu doğrulayalım.

Şekil 7'yi Şekil 4(b) ile karşılaştırmakla aşağıdaki eşitliği tanımlarız:

$$G(s) = \frac{-Z(s)}{s} = -\left(\frac{\epsilon}{s}\right) \left[\frac{1}{\epsilon + \left(s + \frac{1}{s}\right)} \right]. \tag{3.16}$$

$f(\phi) = \phi^3$ olduğundan beri, tüm $i \neq 3$ ve $a_3 = 1$ için $a_i = 0$ 'ımız var. Sonuç olarak, (2.4) ve (2.5) aşağıdaki eşitliği verir:

$$H_1(j\omega) = 0 \quad \Omega_1(j\omega) = -\left(\frac{3\epsilon}{j4\omega}\right) \left[\frac{1}{\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] \quad (3.17)$$

(3.17)'yi (2.1)'in yerine koymakla, aşağıdaki, ilk-sıra tanımlama denklemini elde ederiz:

$$d_1(A, \omega) = -\left(\frac{3\epsilon}{j4\omega}\right) \left[\frac{A^2}{\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] - 1 = 0. \quad (3.18)$$

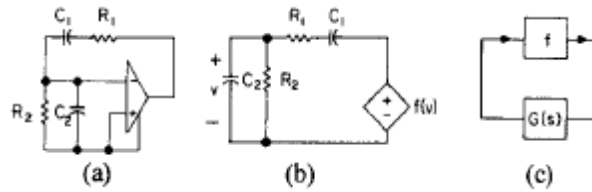
Gerçek bir çözüm A ve ω 'yi elde etmek için (3.18)'için sırada, $A \neq 0$ ve $\epsilon + j(\omega - (1/\omega))$ 'nin tamamen sanal olması gereklidir. Fakat, sadece, eğer $\epsilon = 0$ ise mümkündür. Bu nedenle, ilk-sıra tanımlama denklemi (3.18)'nin beklenildiği gibi bir sonucu yoktur.

$f(\phi)$ 'nin tek simetrik olduğundan beri, aşağıdaki eşitliği elde etmek için (2.15)'i kullanabiliriz:

$$\Omega_2(j\omega) = \left(\frac{3}{16}\right) \left(-\frac{\epsilon}{j\omega}\right) \left(-\frac{\epsilon}{j3\omega}\right) \left[\frac{1}{\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] \cdot \left[\frac{1}{\epsilon + j\left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right)} \right]. \quad (3.19)$$

Eşitlik (3.17) ve eşitlik (3.19)'u eşitlik (2.10)'un yerine koymakla aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$d_2(A, \omega) = -\left(\frac{3\epsilon}{j4\omega}\right) \left[\frac{A^2}{\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] - \left(\frac{\epsilon^2}{16\omega^2}\right) \cdot \left[\frac{1}{\epsilon + j\left(\omega - \frac{1}{\omega}\right)} \right] \left[\frac{A^4}{\epsilon + j\left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right)} \right] - 1 = 0. \quad (3.20)$$



Şekil 8. (a)Wien-köprü sarkaç devre. (b)Wien-köprü sarkaçının kontrollü-kaynak devre modeli.(c)eşit geri bildirim sistemi.

Bu denklemi sadeleştirmek ve kendi sanal ve gerçek kısımlarını sıfıra eşitlemekle aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\text{Re } \hat{d}_2(A, \omega) = -\frac{3}{4}\epsilon^2 A^2 + \epsilon\omega \left(4\omega - \frac{1}{\omega} - \frac{1}{3\omega}\right) = 0 \quad (3.20a)$$

$$\text{Im } \hat{d}_2(A, \omega) = -\frac{3}{4}\epsilon \left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right) A^2 - \frac{1}{16} \frac{\epsilon^2}{\omega} A^4 - \omega\epsilon^2 + \omega \left(\omega - \frac{1}{\omega}\right) \left(3\omega - \frac{1}{3\omega}\right) = 0. \quad (3.20b)$$

Eşitlik(3.20a)'yı aşağıdaki eşitlik gibi yani bir biçime sokabiliriz:

$$-\frac{3}{4}\epsilon A^2 = -\omega \left[\left(\omega - \frac{1}{\omega} \right) + \left(3\omega - \frac{1}{3\omega} \right) \right]. \quad (3.21)$$

Eşitlik (3.21)'i eşitlik (3.20b)'nin yerine koymakla ve sadeleştirmekle aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\omega \left(3\omega - \frac{1}{3\omega} \right)^2 + \frac{1}{16} \frac{\epsilon^2}{\omega} A^4 + \omega \epsilon^2 = 0. \quad (3.22)$$

İlk terimin negatif olmadığı ve (3.22)'deki son iki terim pozitif olduğundan beri, (3.22)'yi izler, bu nedenle, *ikinci-sıra tanımlama denkleminin* beklenildiği gibi bir çözümü yoktur.

Örnek 6. Tünel Diyot Sarkaç

Şekil-6'da gösterilen devreyi, yeni bir parametreler kümesi ile tekrar göz önünde tutun:

$$R=250\Omega \quad L=200\text{nH} \quad C=500\text{pF}.$$

Doğrusal olmayan rezistör karakteristik şekilde bir tünel diyot tarafından tanımlansın:

$$i=f(v)=-0.0108v-0.003v^2+0.1v^3 \quad (3.23)$$

Bu durumdaki empedans aşağıdaki eşitlik ile verilir:

$$Z(s) = \frac{1}{(1/250) + (5 \times 10^6/s) + 5 \times 10^{-10}s} \quad (3.24a)$$

ve a_i katsayıları şöyledir:

$$a_1 = -0.0108 \quad a_2 = -0.003 \quad a_3 = 0.1 \quad (3.24b)$$

Eşitlik(3.24)'ü eşitlik(2.4) ve eşitlik(2.5)'in yerine koymakla aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$H_i(j\omega) = 0.0108 \left[\frac{1}{5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 1/250} \right] \quad (3.25)$$

$$\Omega_1(j\omega) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1.8 \times 10^{-5}}{(5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 0.004)(10^{-9}j\omega - 2.5 \times 10^6j/\omega + 0.004) \left(1 - \frac{0.0108}{10^{-9}j\omega - 2.5 \times 10^6j/\omega + 0.004} \right)} - \frac{0.3}{5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 0.004} \right\} \quad (3.26)$$

Eşitlik(3.25) ve eşitlik(3.26)'yı eşitlik(2.1)'in yerine koymakla aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$d_1(A, \omega) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{1.8 \times 10^{-5}}{(5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 0.004)(10^{-9}j\omega - 2.5 \times 10^6j/\omega + 0.004) \left(1 - \frac{0.0108}{10^{-9}j\omega - 2.5 \times 10^6j/\omega + 0.004} \right)} - \frac{0.3}{5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 0.004} \right\} A^2 + \frac{0.0108}{5 \times 10^{-10}j\omega - 5 \times 10^6j/\omega + 0.004} - 1 = 0. \quad (3.27)$$

(3.27)'yi sayısal olarak çözmekle aşağıdaki eşitliği buluruz:

$$\boxed{A=0.301} \quad \boxed{\omega = 99.99 \times 10^6} \quad (3.28)$$

Örnek 7. Wien-köprü Sarkaç

Son örneğimiz gibi, şekil-8(a)'da gösterilen $R_1 = R_2 = 1$ ve $C_1 = C_2 = 1$ olduğu Wien-köprü sarkaç devresini göz önünde tutun. Doğrusal olmayan bir voltaj-kontrollü voltaj kaynağı ve şekil-8(b)'de gösterilen sonuçlandırılmış devre tarafından op amp modellenir, aşağıdaki eşitliğin olduğu yerlerde:

$$f(v) = 3.234v - 2.195v^3 + 0.666v^5 \quad (3.29)$$

Dönüşteki bu devre, şekil-8(c)'de gösterilen eşdeğer tek-bağ geri bildirim sistemi tarafından tanımlanabilir, aşağıdaki eşitliğin olduğu yerde:

$$G(s) = \frac{1}{3 + \left(s + \frac{1}{s}\right)} \quad (3.30a)$$

ve katsayı a_i şöyledir:

$$a_1 = -3.234 \quad a_3 = -2.195 \quad a_5 = 0.666 \quad (3.30b)$$

Eşitlik (3.30)'u eşitlik(2.13), eşitlik(2.14) ve eşitlik(2.15)'in yerine koymakla, aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$H_1(j\omega) = \frac{3.234}{j\omega - j/\omega + 3} \quad (3.31)$$

$$\Omega_1(j\omega) = \frac{-1.646}{j\omega - j/\omega + 3} \quad (3.32)$$

$$\Omega_2(j\omega) = 0.0625 \left\{ \frac{14.45}{(j\omega - j/\omega + 3)(3j\omega - j/3\omega + 3)(1 - \frac{3.234}{3j\omega - j/3\omega + 3})} + \frac{6.66}{j\omega - j/\omega + 3} \right\} \quad (3.33)$$

Eşitlik(3.31), eşitlik(3.32) ve eşitlik(3.33)'ü eşitlik(2.10)'un yerine koymakla, aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$d_2(A, \omega) = 0.0625 \left\{ \frac{14.45}{(j\omega - j/\omega + 3)(3j\omega - j/3\omega + 3)(1 - \frac{3.234}{3j\omega - j/3\omega + 3})} + \frac{6.66}{j\omega - j/\omega + 3} \right\} A^4 - \frac{1.646}{j\omega - j/\omega + 3} A^2 + \frac{3.234}{j\omega - j/\omega + 3} - 1 = 0 \quad (3.34)$$

Eşitlik(3.34)'ü sayısal olarak çözmekle, aşağıdaki denklemi elde ederiz:

$$\boxed{A=0.384 \quad \omega=0.996} \quad (3.35)$$

IV. TANIMLAMA DENKLEMLERİNİ TÜRETMEK:SEZME YAKLAŞIMI

Bu bölümdeki amacımız, mühendislik için bir sezme “frekans-domain” yaklaşım benzerliğini kullanan bölüm-II’ de verilen formülleri türetmek. Bu yaklaşımın doğruluğunun matematiksel gerçektelemesi bölüm V’de verilecek.

Frekans-domain yaklaşımında, şekil-2(a)'deki sistemin, tüm dalgaformlarının, değişik parça frekanslarının sinüzoidal sinyallerinin bir toplamı gibi belirtilebileceği anlayıştaki “hazır-durum”da olduğunu farzederiz. Özellikle, sistem $\mathfrak{S}$ için giriş aşağıdaki gibi olsun:

$$u(t) = \sum_{i=1}^M A_i e^{p_i t}$$

(4.1)

Eşitlik(4.1)'i Volterra serileri eşitlik(1.1)'in yerine koymakla, aşağıdaki ile elde edilen $\mathfrak{S}$ 'in çıkışını buluruz:

$$\begin{aligned} y(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \left(\sum_{i=1}^M A_i e^{p_i(t-\tau_1)} \right) \left(\sum_{i=1}^M A_i e^{p_i(t-\tau_2)} \right) \cdots \left(\sum_{i=1}^M A_i e^{p_i(t-\tau_n)} \right) d\tau_1 d\tau_2 \cdots d\tau_n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) \sum_{i_1=1}^M \sum_{i_2=1}^M \cdots \sum_{i_n=1}^M (A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_n}) e^{p_{i_1}(t-\tau_1) + \cdots + p_{i_n}(t-\tau_n)} d\tau_1 \cdots d\tau_n \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{i_1=1}^M \sum_{i_2=1}^M \cdots \sum_{i_n=1}^M \left[\int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-p_{i_1}\tau_1 - p_{i_2}\tau_2 - \cdots - p_{i_n}\tau_n} d\tau_1 d\tau_2 \cdots d\tau_n \right] \right. \\ &\quad \left. \cdot A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_n} e^{(p_{i_1} + p_{i_2} + \cdots + p_{i_n})t} \right\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

(4.2)

Eşitlik(4.2)'deki parantez içindeki denklemi rakamlar ve işaretler sistemini tanıtmakla sadeleştirebiliriz:

$$H_n(s_1, s_2, \dots, s_n) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) e^{-s_1\tau_1 - s_2\tau_2 - \cdots - s_n\tau_n} d\tau_1 d\tau_2 \cdots d\tau_n.$$

(4.3)

$H_n(s_1, s_2, \dots, s_n)$ 'nin bu dökümandaki esas önemli olduğundan beri ve aynı roldeki ***** . Bu rakamlar ve işaretler sistemini kullanmak, eşitlik(4.2) aşağıdaki gibi olur:

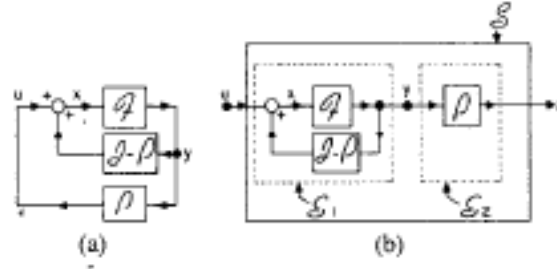
$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=1}^M H_n(p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_n}) \cdot A_{i_1} A_{i_2} \cdots A_{i_n} e^{(p_{i_1} + p_{i_2} + \cdots + p_{i_n})t} \right\}$$

(4.4)

Aşağıdaki eşitliğin $s_i = p_i, s_2 = p_{i_2}, \dots, s_n = p_{i_n}$ 'de değerlendirilen n'inci-sıra transfer fonksiyonunu belirttiği yerde ve eşitlik(4.4)'deki ikinci simülasyon indeks'in sırayla $(p_1, p_2, \dots, p_n)$ üzerine giden s_i 'nin her tartışması gibi $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ 'nin tüm mümkün kombinasyonlarını içerdiği yerde:

$$\begin{aligned} H_n(p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_n}) \\ \triangleq H_n(s_1, s_2, \dots, s_n) |_{s_1=p_{i_1}, s_2=p_{i_2}, \dots, s_n=p_{i_n}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

(4.5)



Şekil-9. (a)Şekil-2(a)'daki tek-bağ geri bildirim sisteminin eşitlik simgesi (b) birleştirilmiş açık-bağ sistem iki alt sistemin δ_1 ve δ_2 taşan bağlantısından oluşur.

Denklem (4.4) eğer giriş $u(t)$ ($p_1, p_2, \dots, p_n$) üslerle birlikte üslülerin bir toplamı ise $\mathfrak{S}$ 'in çıkış $y(t)$ 'sinin $p_{i_1} + \dots + p_{i_n}$ üslerle birlikte üslülerin bir toplamı olduğu, n 'inci-sıra transfer fonksiyonu $H_n(p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_n})$ tarafından her birine avantaj sağlanmış olduğunu gösterir. Bu nedenle, $\mathfrak{S}$ 'in bir kez transfer fonksiyonları $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2), \dots, H_n(s_1, s_2, \dots, s_n), \dots$ bilinirler, $\mathfrak{S}$ 'in $u(t)$ 'ye yanıtı eşitlik(4.4) kullanılarak açıkça yazılabilir. Aslında, bu daha yüksek sıra transfer fonksiyonları doğrusal olmayan devreler için [10]'da verilen tekrarlamalı bir algoritma ile ya da doğrusal olmayan sistemler için Ek A'da verilen analog algoritma ile değerlendirilebilirler.

Şimdi, eğer şekil-2'deki sistemin frekans ω 'nin periyodik bir çözümü varsa, genelde, $u(t)$ ve $y(t)$ 'nin Fourier tayfı, frekans ω 'nin temelinde tüm $k\omega$ harmoniklerini içerecek. Şimdi, ideal bir filtre P kullanan $y(t)$ 'den esas frekans parçalarını ayırılım ve diğer bir ideal filtre $I - P$ ile kalan parçaları ayırılım. P 'yi bir operatör gibi ve $I - P$ 'yıda bir "kimlik" operatörü gibi düşünmek için uygundur, böylece $I - P$ esas sinyal parçasının çıkarılmasından sonra her türlü kalanlar anlamına gelir. Bu iki operatörü kullanmak, şekil-2(a)'yı şekil-9(a)'da gösterilen eşit sistemin içine dönüştürebiliriz.

P' 'nin tanımı ile, aşağıdaki eşitliği yazabiliriz:

$$u(t) = \mathcal{P}(y(t)) = |A| \cos(\omega t + \angle A) = \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \frac{\bar{A}}{2} e^{-j\omega t} \quad (4.6)$$

$A = |A| e^{j\angle A}$ 'nin karmaşık bir phasor olduğu ve $\bar{A}$ 'nın A 'nın karmaşık eşleniği anlamına geldiği yerde.

Şimdi, şekil-9(a)'daki bağ keselim ve şekil-9(b)'deki sonuç sistemini tekrar çizelim. Eğer eşitlik(4.6) tarafından verilen $u(t)$ 'yi eklersek, sonra, "ideal" filtre P 'nin yüzünden, çıkış şöyle olur:

$$z(t) = |A_z| \cos(\omega t + \angle A_z) = \frac{A_z}{2} e^{j\omega t} + \frac{\bar{A}_z}{2} e^{-j\omega t}. \quad (4.7)$$

$A_z = A$ olan frekans ω 'nin bir periyodik çözümünü elde etmek için Şekil-2(a)'daki sistem için gerekli ve yeterli bir durumdaki Şekil-9(a) ve (b)'yi takip eder, A_z 'nın, genelde A ve ω 'nin ikisine de bağlı olmasından beri, sonraki fonksiyon $A_z = A_z(A, \omega)$ 'yi tanımlayalım.

Şekil-9(b)'deki sistem $\mathfrak{S}$, $\mathfrak{S}_1$ ve $\mathfrak{S}_2$ iki alt sisteminin bir taşmasını içerir. Ek A'da, $\mathfrak{S}$ 'nin verilen transfer fonksiyonları $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2), \dots, H_n(s_1, s_2, \dots, s_n), \dots$ 'yi gösteririz, $\mathfrak{S}$ için $z(t)$ ve $u(t)$ arasında bir "formal" Volterra serileri oluşturabiliriz. Özellikle, $H_1(s_1), H_2(s_1, s_2), \dots, H_n(s_1, s_2, \dots, s_n), \dots$ gibilerinin terimlerinde $\mathfrak{K}_1(s_1), \mathfrak{K}_2(s_1, s_2), \dots, \mathfrak{K}_n(s_1, s_2, \dots, s_n), \dots$ oluşturma için bir kurtarma algoritması veririz. Üstelik, Mactyma yazılım sistemi kullanan, eşitlik(2.17) gibi sembolik bir biçimde nasıl daha yüksek

sıra transfer fonksiyonlarının oluşturulabildiğini gösteririz. Alternatif olarak, verilen herhangi $(s_1, s_2, \dots, s_n) = (jk_1\omega, jk_2\omega, \dots, jk_n\omega)$ 'den, bizim kurtarma algoritmamız, $\aleph_n(jk_1\omega, jk_2\omega, \dots, jk_n\omega)$ 'nin sayısal değerini hesaplamak için bize izin verir.

A_z 'yi, A ve ω 'nin bir fonksiyonu gibi, elde etmek için (4.6) ve (4.1)'i karşılaştıralım ve $M=2, A_1=A/2, A_2=A/2, p_1=j\omega$ ve $p_2=-j\omega$ 'yi tanıyalım. Eşitlik(4.4)'ü takip eder(y, z ile, $H_n, \aleph_n$ ile yer değiştirmesiyle)

$$z(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n=1}^2 \mathfrak{H}_n(p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_n}) \cdot A_{i_1} A_{i_2} \dots A_{i_n} e^{j(\pm\omega \pm \omega \pm \dots \pm \omega)t} \right\} \quad (4.8)$$

$A_{i_k} = A/2$ ya da $\bar{A}/2$ ve “ $\pm$ ” işaretlerinin tüm mümkün kombinasyonları anlamına geldiği yerde.

$$\underbrace{\pm \omega \pm \omega \pm \dots \pm \omega}_{n \text{ terms}} = \pm \omega. \quad (4.9)$$

Eşitlik(4.9)'un tatmin edici olamamasından eğer n çift ise, aşağıdaki eşitliği takip eder:

$$\aleph_n(s_1, s_2, \dots, s_n) \equiv 0, n=\text{çift tamsayı için} \quad (4.10)$$

Üstelik aşağıdaki olduğundan beri,

$$\aleph_n(jk_1\omega, jk_2\omega, \dots, jk_n\omega) \equiv \bar{\aleph}_n(-jk_1\omega, -jk_2\omega, \dots, -jk_n\omega) \quad (4.11)$$

$k=\pm 1$ olduğu yerde, $(A_z/2)e^{j\omega t}$ 'ye katkıda bulunan eşitlik(4.8)'deki terimleri toplamak için yeterlidir; yani,

$$\begin{aligned} \frac{A_z}{2} e^{j\omega t} = & \mathfrak{H}_1(j\omega) \frac{A}{2} e^{j\omega t} \text{ (first-order term)} \\ & + \mathfrak{H}_3(j\omega, j\omega, -j\omega) \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} e^{j(\omega+\omega-\omega)t} \\ & + \mathfrak{H}_3(-j\omega, j\omega, j\omega) \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} e^{j(-\omega+\omega+\omega)t} \\ & + \mathfrak{H}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} e^{j(\omega-\omega+\omega)t} \end{aligned}$$

üçüncü-sıra terimler

$$\begin{aligned}
& + \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega) \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega + \omega + \omega - \omega - \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega) \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega + \omega - \omega + \omega - \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega + \omega - \omega - \omega + \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega - \omega + \omega + \omega - \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega - \omega + \omega - \omega + \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega + \omega - \omega + \omega - \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega - \omega - \omega + \omega + \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega - \omega + \omega - \omega + \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega + \omega - \omega - \omega + \omega)t} \\
& + \mathcal{H}_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega) \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \\
& \quad \cdot e^{j(\omega - \omega + \omega + \omega - \omega)t}
\end{aligned}$$

beşinci-sıra terimler

$$\begin{aligned}
 & + \mathcal{H}_7(j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, -j\omega) \\
 & \cdot \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{A}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} \frac{\bar{A}}{2} e^{j(\omega+\omega+\omega+\omega-\omega-\omega-\omega)t} \\
 & + \dots \text{ higher order terms.}
 \end{aligned}$$

(4.12)

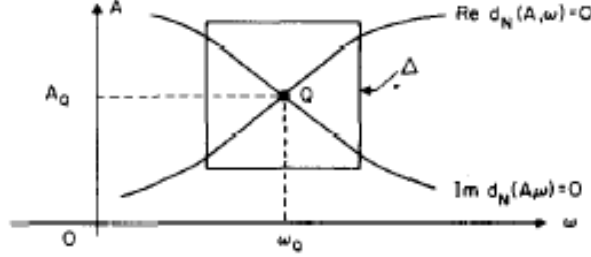


Fig. 10. Each intersection Q between the two curves $\text{Re } d_N(A, \omega) = 0$ and $\text{Im } d_N(A, \omega) = 0$ gives a solution of the determining equation $d_N(A, \omega) = 0$.

Şekil-9(a)'daki şeklin özerk olmasından beri, salınım durumunun $A_z = A$ 'nin gerçek bir sayı olması gibi bizim zamanın orijini seçmek için genellikle gevşeklik yoktur. $A_z = A$ 'yi $\angle A = 0$ 'la birlikte eşitlik (4.12)'nin yerine koymakla ve $(A/2)^{j\alpha}$ her iki taraftan iptal etmekle, aşağıdakini elde ederiz:

$$1 = \mathcal{H}_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 + \dots + \Omega_n(j\omega)A^{2n} + \dots$$

(4.13)

$$\Omega_1(j\omega) \triangleq \frac{1}{4} \{ \mathcal{H}_3(j\omega, j\omega, -j\omega) + \mathcal{H}_3(-j\omega, j\omega, j\omega) + \mathcal{H}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) \}$$

(4.14a)

$$\begin{aligned}
 \Omega_2(j\omega) \triangleq \frac{1}{16} \{ & \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(j\omega, j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(j\omega, -j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(-j\omega, j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega) \\
 & + \mathcal{H}_5(-j\omega, -j\omega, j\omega, j\omega, j\omega) \}.
 \end{aligned}$$

(4.16b)

olduğu yerde ve böyle.

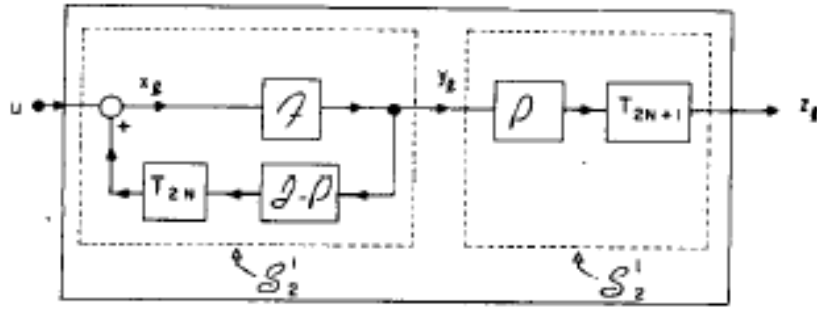
$n > N$ için $\Omega_n(j\omega) = 0$ farzedelim ve $\mathfrak{N}_1(j\omega) = H_1(j\omega)$ nin eşitlik (4.13)'ün yerine koymakla, aşağıdaki tanımlama denklemini elde ederiz:

$$d_N(A, \omega) \triangleq H_1(j\omega) + \Omega_1(j\omega)A^2 + \Omega_2(j\omega)A^4 + \dots + \Omega_N(j\omega)A^{2N} - 1 = 0 \quad (4.15)$$

kesinlikle eşitlik (2.18) olan. Özel durumlarda $N=1$ ve $N=2$, eşitlik(2.1) ve eşitlik(2.10)'u elde ederiz, sıraya göre

V. MATEMATİKSEL GERÇEKLEMELER

Bu bölümde, bölüm-5'de tanımlama denklemini tanımlamak için kullanılan "sezme yaklaşımı"nın doğruluğunu kanıtlayan dikkatli matematiksel ispatı vereceğiz. Özellikle, tanımlama denkleminin bir çözümünün, bir genlik A ve çözüme kapalı frekans ω 'si olan bir periyodik çözümün varlığını gerçekten kapsayıp kapsamayacağını test etmek için bir metot sunacağız. Ek olarak, testimiz, yaklaşık hatalar üzerinde sınır getirir.



Şekil-11.N.sıra tanımlama denklemini tanımlamak için kullanılan sembolik model

Tanımlama denklemi $d_N(A, \omega) = 0$ 'nin bir çözümü $\text{Re } d_N(A, \omega) = 0$ ve $\text{Im } d_N(a, \omega) = 0$ arasındaki bir kesişmeye uygundur.

Bizim testimiz, tam çözüm (ω, A) 'yı kapsayan Q hakkında küçük bir Δ yapısını içerir. Bizim temel stratejimiz, derece teorisini, dikdörtgen Δ 'i bırakmak için kesişme yüzünden olmayan eşitlik (4.15)'e ulaşmak için sıradaki eşitlik (4.13)'de ihmal edilmiş daha yüksek terimler ($k > N$) göstermek için kullanmaktır.

A. Tanımlama Denklemi Modelleme

Denklem (4.13), şekil-9(b)'den elde edilir ve eğer $n \rightarrow \infty$ ise doğrudur. Eşitlik (4.15)'in $n > N$ ile birlikte tüm terimler ihmal etmesinden beri, eşitlik(4.15) tarafından kesin olarak tanımlanan "sembolik bir model" elde eder.

Dikkat edelim ki, eşitlik(4.13)deki $\Omega_n(j\omega)$ her katsayısı ek A 'daki kurtarma algoritması ile oluşturulmuş iyi tanımlanmış cebirsel deyimdir. Ayrıca birde, eşitlik(4.13)'de $\Omega_n(j\omega)$ bir genlik A^{2n} ile birleştirilmiştir. Ayrıca, $n > N$ için $\Omega_n(j\omega)$ ihmal etme $A^{2(N+1)}, A^{2(N+2)}$ içeren eşitlik(4.13)deki gizlenmiş tüm cebirsel terimlere eşdeğerdir. Ek A 'da kurtarma algoritmasının bir eleştirisi T_{2N} 2in $2n > 2N$ ile birlikte A^{2n} içeren tüm cebirsel terimleri saklı tutan bir

“sembolik” operatör olduğu eşitlik(4.15)’de tam olarak verilen şekil-11’de gösterilen “sembolik model”i kurtarma algoritmasını gösterir. Biz $\mathcal{P}$ ve $\mathcal{I}-\mathcal{P}$ operatörlere benzemeyen üzerinde durmak için bu “sembolik” operatörü çağırırız, T_{2N} eşitlik(4.14) gibi bir cebirsel ifadeleri işletir ve $A^{2N+1}, A^{2N+2}, \dots$ daha yüksek sıra terimlerinin çıkış yoksununu bir cebirsel ifade üretir. Benzer olarak, operatör $T_{2N+1}, A^{2N+2}, A^{2N+3}, \dots$ ’b’lerini içeren tüm terimleri saklı tutar.

Şekil-11’deki sembolik model, eşitlik(4.15)’ katkıda bulunan otomatik olarak daha yüksek sıra terimleri gizleyen tanımlanmış denklemlerde bir kavramsal yardım gibi burada çoğunlukla ortaya çıkartılır. Bir bilgisayar-simülasyon modeli değildir.

Sembolik model A^{2N} yada A^{2N+1} ’daki sadece daha düşük sıra terimlerini tutmadan sonuçlandığından beri, şekil-11’de gösterildiği gibi değişkenler x, y ve z için bir altscript “ χ ” ekleriz.

Şuna da dikkat edelim:

$$\begin{aligned} x(t) &= x_s(t) + x_k(t), \quad y(t) = y_s(t) + y_k(t), \\ z(t) &= z_s(t) + z_k(t) \end{aligned} \quad (5.1)$$

altscript “ h ”in ihma edilmiş daha yüksek sıra terimlerine gerekli olan yardımlar anlamına geldiğinde. Ek A ’da kurtarma algoritmasını kullanmak, giriş $u(t)$ ’nin terimlerindeki $x_n(t), y_n(t)$ ve $z_n(t)$ için bir “formal” Volterra serileri oluşturabiliriz. Bizim sunduğumuz amaç, bununla birlikte, -tanımlama eşitlik(4.13) ve eşitlik(4.15)’de kullanılan aynı giriş- giriş $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ’e gerekli $x(t)$ ile ilgiliyizdir:

$$\begin{aligned} x_s(t) &= \frac{A}{2} e^{j\omega t} + \left(\frac{A}{2} \right) e^{-j\omega t} + \left(\frac{A}{2} \right)^2 X_2(j\omega, j\omega) e^{j2\omega t} \\ &+ \dots + \left(\frac{A}{2} \right)^3 X_3(j\omega, j\omega, j\omega) e^{j3\omega t} + \dots + \dots \\ &+ \left(\frac{A}{2} \right)^{2N} X_{2N}(j\omega, j\omega, \dots, j\omega) e^{j2N\omega t}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

Dikkat etmek için önemlidir ki, daha yüksek sıra transfer fonksiyonları, $X_2(s_1, s_2), X_3(s_1, s_2, s_3), \dots, X_{2N}(s_1, s_2, \dots, s_{2N})$, $\mathbf{X}_{2N+1}(s_1, s_2, \dots, s_{2N+1})$ oluşturma işlemdeki ek A ’daki kurtarma algoritması tarafından otomatik olarak oluşturulur. Bu nedenle, $x_s(t)$ ’yi eşitlik(5.2)’yi kullanarak ya sembolik olarak ya da sayısal olarak hesaplayabiliriz.

Dikkat edilmeli ki, eğer eşitlik(5.2)’yi giriş gibi şekil-11’deki F' ’ye eklersek ve $T_{2N}(\mathcal{I}-\mathcal{P}) \mathfrak{S}(x_s(t))$ uygun deyimi elde edersek, aşağıdaki benzerliği elde ederiz:

$$x_s = u + T_{2N}(\mathcal{I}-\mathcal{P}) \mathfrak{S}(x_s) \quad (5.3)$$

Genelde, $\mathfrak{S}(x_s(t)) e^{j\omega t}$ ’nin tüm harmoniklerini ve $A/2$ ’deki tüm daha yüksek sıra terimleri kapsayacak. İşlem $(\mathcal{I}-\mathcal{P}) \mathfrak{S}(x_s(t))$ sonraki işlem $T_{2N}(\mathcal{I}-\mathcal{P}) \mathfrak{S}(x_s) A^{2N+1}, A^{2N+2}, \dots, v$ içeren tüm terimleri saklı tutar iken esas bileşenleri saklı tutar.

Giriş $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ’ye uygun olan, $x(t)$ ’deki ihmal edilmiş terimler aşağıdaki eşitliktirler:

$$x_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n e^{jn\omega t}. \quad (5.4)$$

T_{2N} , $x_g(t)$ ’ye uygun tüm yardımcıları saklı tuttuğundan beri, biz aşağıdakine sahibiz:

$$T_{2N}(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}(x_*) = T_{2N}(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}(x_* + x_k). \quad (5.5)$$

Diğer elde, şekil-9(b) şunu gösterir:

$$x = x_* + x_k = u + (\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}(x_* + x_k). \quad (5.6)$$

x_g ’yi çözmek ve eşitlik(5.3) ve eşitlik(5.6)’yı yapmakla, şunu elde ederiz:

$$x_k = (I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}(x_* + x_k) \quad (5.7)$$

I ’nın bir “cebirsel” uygun işlem anlamına geldiği yerde, herhangi cebirsel denklemi kendisine dönüştürür.

Şimdi, şekil-11’deki F ’yi doğrusal ve doğrusal olmayan bir parçaya ayıracağız:

$$\mathcal{S} = \mathcal{S}_L + \mathcal{S}_{NL} \quad (5.8)$$

Eşitlik(5.8)’i eşitlik(5.7)’nin yerine koymakla ve $\mathcal{S}_L$ ’nin paylaştırılmış özelliğinin kullanımını yapmakla, aşağıdakini elde ederiz:

$$x_k = (I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\{\mathcal{F}_L(x_*) + \mathcal{F}_L(x_k) + \mathcal{F}_{NL}(x_* + x_k)\}. \quad (5.9)$$

x_* ’in A ’daki daha düşük sıra terimleri içerdiğinden beri,

$$(I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}_L(x_*) = 0. \quad (5.10)$$

Operatör $I - \mathcal{P}$ ’nin *ilk* harmonik parçaları saklı tuttuğundan beri, eşitlik(5.7)’deki x_g , herhangi ilk-harmonik parça içermez, bu yüzden biz aşağıdaki eşitliği yazabiliriz:

$$(I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}_L(x_k) = \mathcal{F}_L(x_k). \quad (5.11)$$

Eşitlik(5.10) ve eşitlik(5.11)’i eşitlik(5.9)’un yerine koymakla, aşağıdakini elde ederiz:

$$(I - \mathcal{F}_L)x_k = (I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}_{NL}(x_* + x_k). \quad (5.12)$$

$\mathcal{S}_L$ ’nin doğrusal bir operatör olduğundan beri, $H_1(s_1)$ ’in $\mathcal{S}$ ’in Volterra serileri genişlemesinde ilk terim olduğu yerde $\mathcal{S}_L(Ae^{jk\omega t}) = AH_1(jk\omega)e^{jk\omega t}$ ’dir. Farz edelim ki:

$$(5.13) \quad \inf_{k \neq \pm 1} |1 - H_1(jk\omega)| > 0$$

Operatör $I - \mathfrak{F}_L$ esas harmonik parça sayılmayan alt boşlukta tersyüz edilebilir, böylece x_g için eşitlik(5.12) çözülebilir:

$$(5.14) \quad x_k = (I - \mathfrak{F}_L)^{-1} (I - T_{2N}) (\mathfrak{G} - \mathfrak{P}) \mathfrak{F}_{NL} (x_* + x_k) \triangleq \mathcal{C}(x_k).$$

Şimdi herhangi A ve ω için, giriş $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ’ye uygun şekil-11’den $x_x(t)$ ’yi hesaplayabiliriz. A ve ω ‘ye bağlı olan $x_x(t)$ gibi herhangi biri için eşitlik(5.14), çözüm $x_g(t)$ ‘nin ihmal edilmiş daha yüksek sıra terimlere uygun “düzeltme” verdiği ”doğrusal olmayan bir operatör denklemini değildir. Diğer bir deyişle, herhangi A ve ω için, şekil-2(b)deki açık-bağ sisteminin tam çözümü ya da şekil-9(b)’e benzer olarak, $x(t) = x_x(t) + x_g(t)$ ile verilir. Bundan böyle, eşitlik(5.14)’e doğrulayıcı eşitlik diyeceğiz.

B. Periyodik Çözümün Var Oluşu

Şekil-2(a)’daki kapalı-bağ sisteminin frekans ω ve esas parçası genlik A’nın bir periyodik çözümü olduğunu ve kanıtlamak için, aşağıdakini kanıtlamak yeterlidir.

1) Herhangi A ve ω için, şekil-9(b)’deki açık-bağ sistemi giriş $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ‘e uygun bir çözümü vardır.

2) $\hat{x}(t)$ ’nin $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ’ye uygun olan şekil-9(b)’nin tam çözümü anlamına geldiği yerde $\hat{\mathfrak{F}}(\hat{x}(t)) = \hat{u}(t)$, gibi özel bir $\hat{A}$ ve $\hat{\omega}$ vardır.

Takip eden teoremlerde, F’nin a_n ve ω ’ye devamlı olarak dayanan aşağıdaki eşitliğe uygun olan $F(x(t))$ ’nin Fourier katsayıları gibi anlayışta devam eden işlem olduğunu farzedelim.

Ayrıca, farzedelim ki, $u(t) = (A/2)e^{j\omega t} + (\bar{A}/2)e^{-j\omega t}$ ’e uygun olan dalga biçimi $x_x(t)$ ‘nin Fourier katsayısının devamlı olarak A ve ω ’ye bağlı olsun.

Teorem 1. Tanımlama Denkleminin Doğruluğu

Hipotezler: Aşağıdaki durumlara sahip olunduğunu farzetmek:

1) Tanımlama denklemi (4.15)’in bir (ω_Q, A_Q) çözümü vardır. Bundan başka,

$$(5.15) \quad \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial \operatorname{Re} d_N(A, \omega)}{\partial A} & \frac{\partial \operatorname{Re} d_N(A, \omega)}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \operatorname{Im} d_N(A, \omega)}{\partial A} & \frac{\partial \operatorname{Im} d_N(A, \omega)}{\partial \omega} \end{array} \right|_{\omega = \omega_Q, A = A_Q} \neq 0.$$

2)

3) Aşağıdaki durumları karşılayan (ω_Q, A_Q) ‘i içeren bir kapalı dikdörtgen Δ vardır.

a) (ω_Q, A_Q) , Δ ‘de sadece tanımlama denklemi (4.15)’in çözümüdür.

b) Tüm $(\omega, A) \in \Delta$ için, doğrulayıcı denklem(5.14) devamlı olarak A ve ω ’ye dayanan $x_g(A, \omega)$ bir çözümü vardır

c) dikdörtgen Δ 'nin sınırındaki tüm (ω, A) için,

$$|Ad_N(A, \omega)| > \|(I - T_{2N+1})\mathcal{P}\mathcal{F}(x_s + x_k(A, \omega))\|_1. \quad (5.16)$$

Sonuç:

Şekil-1'deki tek-bağ geribildirim sisteminin frekans ω ve Δ 'nin yerine esas parça genlik A ile birlikte bir periyodik çözümü vardır

İspat: Hipotez 2(b) şekil-9(b)'nin açık-bağ sisteminin A ve ω üzerine devamlı olarak dayanan tüm $(\omega, A) \in \Delta$ için bir tam çözüm $x(t) = x_s(t) + x_k(t)$ olduğunu garanti eder. Kalır ki, bu nedenle, sadece aşağıdaki tam denklemini kanıtlamak için bizim için

$$u = \mathcal{P}\mathcal{F}(x_s + x_k) \quad (5.17)$$

Şekil-9(a)'daki kapalı-bağ sisteminin tarifinin bir çözümü vardır. Bunu yapmak için, eşitlik(5.17)'yi aşağıdaki gibi yeni bir biçime sokalım:

$$-u + T_{2N+1}\mathcal{P}\mathcal{F}(x_s + x_k) + (I - T_{2N+1})\mathcal{P}\mathcal{F}(x_s + x_k) = 0. \quad (5.18)$$

Eşitlik(5.18)'deki $Ad_N(A, \omega)$ 'e uygun olan ilk iki terim T_{2N+1} 'nin yüzünden x_k tarafından katkıda bulunulan tüm terimleri ihmal edilir. Eşitlik(5.18)'deki üçüncü terime uygun olan dalga biçimi aşağıdaki tarafından anlaşılmıştır:

$$\frac{B_N(A, \omega)}{2} e^{j\omega t} + \frac{\bar{B}_N(A, \omega)}{2} e^{-j\omega t}.$$

Sonra eşitlik(5.18)'in çözümü doğrusal olmayan denklem çözümü tarafından elde edilmiş denktir

$$f(A, \omega) \triangleq d_N(A, \omega) + \frac{B_N(A, \omega)}{A} = 0 \quad (5.19)$$

$f(\cdot)$ 'nin A ve ω 'nin bir devam fonksiyonu olduğu yerde, sıfırın ± 1 'e uyması ile birlikte Δ 'deki tasarlanmış $d_N(\cdot)$ 'nin derecesi olan Hipotez 1 ve 2(a)'dan gelir. Bundan başka, Hipotez 2(c) "tedirginliğin" $B_N(A, \omega)/A$ 'nın dereceyi değiştirmemesine uygun olduğunu böylece $f(A, \omega)$ 'in ± 1 olduğunu garanti eder. Bundan dolayı eşitlik(5.19) Δ 'de bir çözümü var. Bu şekil-9(a)'daki geri bildirim sisteminin frekans ω 'nın ve $(\omega, A) \in \Delta$ gibi genlik A esasının bir periyodik çözümüne sahip olduğunu söylemeye denktir.

Öneriler: 1) Geometrik olarak söylemek, derece teorisine uygun olan yukarıdaki kanıt anlatılan denklemini içerir.

$$f_\epsilon(A, \omega) \triangleq d_N(A, \omega) + \epsilon \left(\frac{B_N(A, \omega)}{A} \right) = 0.$$

(5.20)

Dikkat edilmeli ki, $f_0(A, \omega) = 0$ 'ın tam olarak tanımlama denklemi(4.15) olduğu ve $f_1(A, \omega) = 0$ 'ın tam olarak eşitlik(5.19)'dur. 0 ve 1 arasındaki ϵ gibi değerler, şekil-10'daki iki eğri devamlı değişken olacaktır. Sonra hipotez 2(c) kesişme Q 'nın ϵ 'nin 0'dan 1'e değiştirmesi gibi dikdörtgen Δ 'yı bırakacağını garanti eder.

2) Teorem 1 bölüm II'de tanımlanan metodun doğruluğu için yeterli durum sağlar. Hipotez 2(b) ve 2(c), aslında, daha doğrusu kontrol için karışıktırlar. Teorem 1'in önemi, bu yüzden, başlıca teoriktir-bölüm II'deki metod için bir temel gibi çalışır.

3) Pratikte biri sadece cevap kuşkulu olduğunda Teorem I'i kullanacaktır. Bu gibi durumlarda, aşağıdaki iki teorem, hipotez 2(b) ve 2(c)'nin kontrolü için daha fazla pratik şartlar sağlar.

Teorem 2: Hipotez 2(b)'yi kontrol etme

Her $(\omega_0, A_0) \in \Delta$ için, doğrulama denklemi(5.14), eğer aşağıdaki gibi gerçek bir $\gamma > 0$ sabiti bulmak mümkünse, devamlı olarak A ve ω 'ye dayanan bir $x_g(A_0, \omega_0)$ çözümüne sahiptir:

$$(1) \quad \rho \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \|H_n\|_{\infty}' \cdot \sum_{i=1}^n i \binom{n}{i} \cdot [\|x_{\pm}\|_1]^{n-i} \gamma^{i-1} \right\} < \alpha$$

(5.21)

$$(2) \quad \rho \sum_{n=2}^{\infty} \|H_n\|_{\infty}' \left\{ [\|x_{\pm}\|_1 + \gamma]^n - [\|x_{\pm}\|_1]^n \right\} + \|\mathcal{C}(0)\|_1 < \gamma$$

(5.22)

şöyle olduğu yerde

$$0 < \alpha < 1 \quad (5.23a)$$

$$\rho \triangleq \sup_{n \neq \pm 1} \left| \frac{1}{1 - H_1(jn\omega_0)} \right| \quad (5.23b)$$

$$\|H_n\|_{\infty}' \triangleq \sup_{k_1 + k_2 + \dots + k_n \neq \pm 1} |H_n(jk_1\omega_0, jk_2\omega_0, \dots, jk_n\omega_0)| \quad (5.23c)$$

ve $\binom{n}{i}$ binomial katsayılar anlamına gelir. Üstelik, eğer (1) ve (2) tatmin ederse, çözüm γ tarafından bağlanır:

$$\|x_g(A_0, \omega_0)\|_1 < \gamma$$

(5.24)

İspat: herhangi $x_1 \overset{\Delta}{=} x_x + x_g$ ve $x_2 \overset{\Delta}{=} x_x + x_g$ hesaba katın, $\|x_{g_1}\|_1 < \gamma$ ve $\|x_{g_2}\|_1 < \gamma$ gibi. x_1 ve x_2 'yi doğrulama denklemi (5.14)'deki $x_x + x_g$ 'nin yerine koymakla, aşağıdakini elde ederiz:

$$\begin{aligned}
\|\mathcal{C}(x_{k_1}) - \mathcal{C}(x_{k_2})\|_1 &\leq \|\rho(I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P}) \\
&\quad \cdot [\mathcal{F}_{NL}(x_1) - \mathcal{F}_{NL}(x_2)]\|_1 \\
&\leq \rho \sum_{n=2}^{\infty} \|H_n\|_{\infty}' \|(I - T_{2N})(x_1^n - x_2^n)\|_1.
\end{aligned}
\tag{5.25}$$

$(x_x + x_{g_1})^n$ ve $(x_x + x_{g_2})^n$ 'yi genişletmekle aşağıdakini elde ederiz:

$$\begin{aligned}
x_1^n - x_2^n &= (x_* + x_{k_1})^n - (x_* + x_{k_2})^n \\
&= \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} (x_*^{n-i} x_{k_1}^i - x_*^{n-i} x_{k_2}^i).
\end{aligned}
\tag{5.26}$$

Dikkat edilmeli ki:

$$\begin{aligned}
\|x_*^{n-i} x_{k_1}^i - x_*^{n-i} x_{k_2}^i\|_1 &\leq \|x_*^{n-i} x_{k_1}^i - x_*^{n-i} x_{k_1}^{i-1} x_{k_2}\|_1 \\
&\quad + \|x_*^{n-i} x_{k_1}^{i-1} x_{k_2} - x_*^{n-i} x_{k_2}^{i-2} x_{k_2}^2\|_1 + \|x_*^{n-i} x_{k_1}^{i-2} x_{k_2}^2 - \dots\|_1 \\
&\quad + \dots + \|x_*^{n-i} x_{k_1} x_{k_2}^{i-1} - x_*^{n-i} x_{k_2}^i\|_1 \\
&\leq \|x_*^{n-i} x_{k_1}^{i-1}\|_1 \|x_{k_1} - x_{k_2}\|_1 + \|x_*^{n-i} x_{k_1}^{i-2} x_{k_2}\|_1 \|x_{k_1} - x_{k_2}\|_1 \\
&\quad + \dots + \|x_*^{n-i} x_{k_2}^{i-1}\|_1 \|x_{k_1} - x_{k_2}\|_1 \\
&\leq i \|x_*\|_1^{n-i} \gamma^{i-1} \|x_{k_1} - x_{k_2}\|_1.
\end{aligned}
\tag{5.27}$$

(5.27)

Eşitlik(5.26)-(5.27)'yi eşitlik(5.25)'in yerine koymakla ve eşitlik(5.21)'i kullanmakla, aşağıdakini elde ederiz:

$$\|\mathcal{C}(x_{k_1}) - \mathcal{C}(x_{k_2})\|_1 \leq \alpha \|x_{k_1} - x_{k_2}\|_1.
\tag{5.28}$$

Üstelik,

$$\begin{aligned}
\|\mathcal{C}(x_{k_1})\|_1 &= \|(I - \mathcal{F}_L)^{-1}(I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}_{NL}(x_* + x_{k_1})\|_1 \\
&\leq \rho \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \|H_n\|_{\infty}' \sum_{i=1}^n \binom{n}{i} \|x_*\|_1^{n-i} \|x_{k_1}\|_1^i \right\} + \|\mathcal{C}(0)\|_1 \\
&\leq \rho \sum_{n=2}^{\infty} \left\{ \|H_n\|_{\infty}' [(\|x_*\|_1 + \gamma)^n - (\|x_*\|_1)^n] \right\} + \|\mathcal{C}(0)\|_1 < \gamma.
\end{aligned}
\tag{5.29}$$

Denklemler (5.28) ve (5.29) işlem $\mathcal{C}(\cdot)$ 'nin kendi içine olan küre yarıçapı γ 'den bir küçülme haritası olduğu ve böylece, sabitleşmiş bir $x_h(A_0, \omega_0)$ noktasına sahip olduğu anlamına gelir. $x_h^* = x_h^{\Delta}(A_0, \omega_0)$ 'nin (A, ω) 'ya devamlı olarak dayandığını göstermek için, x_h^* 'nin devamlı olarak x_x ve ω 'ye bağlı olduğunu göstermek yeterlidir. Verilen x_{x_1} ve ω_1 , $x_{h_1}^*$ 'i uygun belirlenmiş nokta olsun. $x_{h_2}^*$ de $x_{x_2} = x_{x_1} + \delta_x$ ve $\omega_2 = \omega_1 + \delta_\omega$ 'e uygun olan belirlenmiş nokta olsun. Biz δ_x gibi $x_{h_2}^* \rightarrow x_{h_1}^*$ ve $\delta_\omega \rightarrow 0$ olduğunu göstermek istiyoruz. $\omega = \omega_1$ ve $x_x = x_{x_1}$ ile birlikte haritalama $\mathcal{C}$ 'yi göstermek için $\mathcal{C}_{x_{x_1}, \omega_1}$ işaretler sistemini kullanacağız. Ayrıca,

haritalama tartışmasının Fourier katsayıları üzerinde bir harita olması için hesaba katılır. $\mathcal{C}$ 'nin devamlı olarak x_x ve ω 'ye dayandığından beri,

$$\delta_c \triangleq \|\mathcal{C}_{x_{x_2}, \omega}(x_{k_1}^*) - \mathcal{C}_{x_{x_1}, \omega_1}(x_{k_1}^*)\|_1 \rightarrow 0 \quad (5.30)$$

$\delta_x \rightarrow 0$ ve $\delta_\omega \rightarrow 0$ gibi.

Fakat $x_{h_1}^*$ 'in $\mathcal{C}_{x_{x_1}, \omega_1}$ 'in belirlenmiş bir noktası olduğundan beri;

$$\|\mathcal{C}_{x_{x_2}, \omega_2}(x_{k_1}^*) - x_{k_1}^*\|_1 = \delta_c. \quad (5.31)$$

$\mathcal{C}_{x_{x_1}, \omega_1}$ 'nin küre yarıçapı γ 'de küçülme haritalama olduğundan beri, süreklilikle, $\mathcal{C}_{x_{x_2}, \omega_2}$, yeterli olarak küçük δ_x ve δ_ω için $\gamma + \delta_\gamma$ küre yarıçapında ayrıca bir küçülme haritalamadır. Üstelik, $\delta_\gamma \rightarrow 0$, δ_x ve $\delta_\omega \rightarrow 0$ gibi. Bu nedenle, yeterli olarak küçük δ_x ve δ_ω için, $\mathcal{C}_{x_{x_2}, \omega_2}$ 'nin belirlenmiş nokta $x_{h_2}^*$ aşağıdakini karşılar:

$$\|x_{k_2}^* - x_{k_1}^*\| < \frac{\delta_c}{1 - \alpha_2} \quad (5.32)$$

α_2 'nin $\mathcal{C}_{x_{x_2}, \omega_2}$ 'nin Lipschitz sabiti olduğu yerde. Bu nedenle, $x_{h_2}^* \rightarrow x_{h_1}^*$ 'nin $\delta_c \rightarrow 0$ gibi ya da δ_x ve $\delta_\omega \rightarrow 0$ gibi sürekliliği sağlayandır.

Teorem 3. Hipotez 2(c)'yi Kontrol Etmek

Verilen herhangi (ω, A) ve $\|x_h^*(A, \omega)\|_1 < \beta$,

$$\|(I - T_{2N+1})\mathcal{P}\mathcal{F}(x_* + x_k^*)\|_1 < \sum_{n=2}^{\infty} \|H_n\|_{\infty} [(\|x_*\|_1 + \beta)' - (\|x_*\|_1)^n] + \|(I - T_{2N+1})\mathcal{P}\mathcal{F}(x_*)\|_1. \quad (5.33)$$

$$\|H_n\|_{\infty} \triangleq \sup_{k_1, k_2, \dots, k_n} |H_n(jk_1\omega, jk_2\omega, \dots, jk_n\omega)|. \quad \text{olduğu yerde.} \quad (5.34)$$

İspat: Ek B'ye bakın

C. Teorem 2 ve 3 ile ilgili Görüşler

1) Teorem 2'ye ekleme sırasında, $\|H_n\|_{\infty}, \rho, \bar{\bar{x}}_n\|_1$ ve $\|\mathcal{C}(0)\|_1$ 'yi her $(\omega_0, A_0) \in \Delta$ için hesaplamak gereklidir. Ayrıca prensipte, eşitlik(5.23c)'yi tüm mümkün $k_1 + k_2 + \dots + k_n \neq \pm 1$ için kontrol etmek zorundayız, en büyük pratik sarkaçlarda, $|H_n|$, büyük k_i için önemsizdir. Bu nedenle, $\|H_n\|_{\infty}$ genellikle “küçük” $k_1, k_2, \dots, k_n$ 'nin sadece biraz sayısı için $|H_n|$ 'yi kontrol etmekle hesaplanmış olabilir.

2) p'nin değeri aynı prosedür ile hesaplanmış olabilir.

3) $\|x_x\|_1$ 'in değeri, ek A'daki kurtarma algoritması kullanarak oluşturulmuş dönüşteki eşitlik(5.2)'den hesaplanabilir.

4) $\|\mathcal{C}(0)\|_1$ 'yi hesaplamak için, ilk olarak $(I - T_{2N})(\mathcal{G} - \mathcal{P})\mathcal{F}_{NL}(x_*)$ için cebirsel ifade oluştururuz, sonra onu eşitlik(5.14)'ün yerine koyarız. Bu en fazla zaman-tüketme kısmı.

5) Bir sonraki adım, eşitlik(5.21) ve eşitlik(5.22)'yi doyuran “en küçük” $\gamma > 0$ 'ı bulmaktır. Bu bir *doğru-arama prosedürü* ile bulunabilir. γ için bir önceki tahminle başlamak, onu azaltır, eğer eşitlik(5.21)-(5.22) tutarsa ($\alpha=1$ sayalım). Diğer yandan, onu artırır. Bizim tecrübemiz, γ 'nin genellikle eşitlik(5.21) değilde eşitlik(5.22)'yi gerçekleştirmede başarısız olduğunu gösteriyor.

6) Yukarıdaki gibi analog prosedürleri kullanmakla, teorem 3 için $\|H_n\|_\infty$ 'u da tahmin edebiliriz.

D. Dikdörtgen Δ Nasıl Bulunur

Teorem 2 ve 3'ün yardımları ile, *teorem 1*'i gerçekleştiren aşağıdaki gibi bir dikdörtgen Δ bulabiliriz:

- (1) (ω_Q, A_Q) hakkında Δ 'nin önceki bir tahminini yapmak.
- (2) $(\omega, A) \in \Delta$ örnek noktalarının makul bir sayısı için *Hipotez 2(b)*'yi kontrol etmek için *Teorem 2*'yi kullanmak.
- (3) Δ 'nin sınırında bulunan (ω, A) örnek noktalarının makul bir sayısı için *Hipotez 2(c)*'yi kontrol etmek için *Teorem 3*'yi kullanmak. Dikkat edelim ki, $|Ad_N(A, \omega)|$ bilinir ve teorem 3, böylece, eşitlik(5.16)nın sağ tarafı için bir sınır sağlar.

TABLE I
SUMMARY OF SOLUTIONS

	van der Pol oscillator	Tunnel-diode oscillator	Wien-bridge oscillator
solution of the determining equation	$A_Q = 1.998$ $\omega_Q = 0.9975$	$A_Q = 0.301$ $\omega_Q = 99.99 \times 10^6$	$A_Q = 0.384$ $\omega_Q = 0.996$
the rectangle Δ	$1.95 \leq A \leq 2.05$ $0.992 \leq \omega \leq 1.005$	$0.28 \leq A \leq 0.335$ $98 \times 10^6 \leq \omega \leq 10.1 \times 10^6$	$0.37 \leq A \leq 0.42$ $0.985 \leq \omega \leq 1.008$
Classical solution or numerical simulation result	$A = 2$ $\omega = 0.9975$	$A = 0.3$ $\omega = 99.7 \times 10^6$	$A = 0.385$ $\omega = 0.987$

Aşağıdaki prosedür, Δ için bir makul önceki örnek elde etmek için kullanılabilir:

- (a) $A_1 > A_Q$ olduğu yerde (ω_Q, A_1) 'i dene. Eğer teorem 2-3 başarılı olursa, A_1 'i azalt, diğer türlü arttır.
- (b) $A_2 > A_Q$ olduğu yerde (ω_Q, A_2) 'i dene. Eğer teorem 2-3 başarılı olursa, A_2 'i azalt, diğer türlü arttır.
- (c) $\omega_1 > \omega_Q$ olduğu yerde (ω_1, A_Q) 'i dene. Eğer teorem 2-3 başarılı olursa, ω_1 'i azalt, diğer türlü arttır.
- (d) $\omega_2 > \omega_Q$ olduğu yerde (ω_2, A_Q) 'i dene. Eğer teorem 2-3 başarılı olursa, ω_2 'i azalt, diğer türlü arttır.
- (e) Önceki dikdörtgen Δ gibi $A_2 \leq A \leq A_1$ ve $\omega_2 \leq \omega \leq \omega_1$ 'yi seç. Bizim deneyimiz, genellikle uygun bir A_1 bulmanın Δ tanımlayan diğer üç noktadan çok daha zor olduğunu gösterir.

E. Örnekler

Önceki prosedürü birleştirilmiş tanımlama denkleminin çözüm (ω_Q, A_Q) ile ilgili küçük bir dikdörtgen Δ elde edilmiş her durumdaki çoğu örneğe eklemiştik. Sonra biz sonuçları sayısal simülasyon tarafından elde edilmişler ile karşılaştırırız. Tablo 1 Örnek 4, Örnek 6 ve Örnek 7 ile elde edilmiş sonuçların bir özetini verir.

VI. DÜŞÜNCELERİ BİTİRMEK

Doğrusal olmayan salınım için Volterra serilerinin ilk titiz uygulamasını gösteren anlayıştaki açıklama olan bu notta, tanımlama denklemi sunuma yaklaşır. Herhangi sıranın dinamikleri ile birlikte herhangi tek-bağ zaman-sabit doğrusal olmayan geri bildirim sistemine uygulanabilir olan bir frekans-domain yaklaşımıdır. Hatta sınıflandırılmış elementler bırakılır. Sadece üzerine alma, birleştirilmiş açık-bağ sisteminin bir aynı yerde birleştirilmiş Volterra serilerine sahip olduğudur. Aslında, bizim yaklaşımımızı onaylamak için matematiksel ispat, bazı gelişmiş matematikleri içerir, kendi metodu basittir ve sadece cebir içerir.

Krylov, Bogoliubov ve Mitropolsky'nin ortamla metodu gibi, ana harmoniğin frekans ve genliği prensipte tanımlama denklemi için yeterli yüksek bir sıra seçmekle istenmiş doğruluk için hesaplanabilir. Aslında, bu yaklaşımın en güçlü yanı, sadece ilk-sıra tanımlama denklemi kullanarak sık ortaya çıkarılmasıdır. Daha yüksek tanımlama denklemi son derece karmaşıktır ve sadece eğer bir bilgisayar kullanılıyorsa pratiktir.

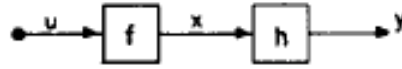


Fig. 12. Cascade connection of two systems.

Üzerinde durulmalıdır, bununla birlikte, ortalama metodu gibi, bizim metot bir geribildirim sisteminin salınıp salınmayacağını doğrusunu bulmak için ve eğer böyleyse yaklaşık frekans ve genliği tanımlamak için en avantajlı şekilde kullanılır. Böyle bilgi bir ilk-sıra tanımlama denklemi ile en kolay şekilde elde edilir. Sonuçta, daha fazla doğruluk istenilir, önceki tahmin gibi yukarıdaki yaklaşık frekans ve genliği kullanan bir bilgisayar simülasyon metoduna başvurmak daha iyidir.

Sonuç olarak, dikkat edelim ki, cevaplar, sık sık harmonik balans ya da aynı sıranın yaklaşımının tanımı ile elde edilmişlerden daha doğru olan bizim yaklaşımımız kullanılarak elde edilmişlerdir. Bunun sebebi her şeye rağmen bizim yaklaşımımız tüm harmoniklerin katkılarını ihmal etmesidir. Sonuç olarak, bizim yaklaşımımız hangi parçaların ihmal edileceğine bakmak ile seçici bir şeydir.

Ayrıca şunu belirtmek önemlidir ki, bizim tanımlama denklem yaklaşımı bir analitik yaklaşımdır-sayısal teknolojilere zıttır. Tanımlama denkleminin sembolik biçimde tanımlandığından beri, siste parametrelerinin terimlerindeki tasarım kistasını elde etmek mümkündür. Özel olarak, çeşitli devre parametreleri için frekans ve genlik hassasiyeti, analitik biçimde elde edilir.

Sonuç olarak, bizim tanımlama denklem yaklaşımının tamamıyla genel ve doğrusal olmayan mekaniklerdeki çoğu ilgili problemlere uygulanabilir olduğunu belirtelim.

EK

A. Daha Yüksek Transfer Fonksiyonlarının Kurtarma Nesli

Bir sistemdeki her elementin verilen daha yüksek sıra transfer fonksiyonları, o sistemin ayrıntılı daha yüksek sıra transfer fonksiyonlarını biçimsel olarak oluşturabiliriz. Doğrusal olmayan devreler için bu transfer fonksiyonlarını oluşturmak için bir kurtarma algoritması [10]'da verilir. Bu Ekte, bu algoritmayı tanımlama denkleminin kökeninde kullanılan doğrusal olmayan geri bildirim sistemine ekleyeceğiz. İki doğrusal olmayan sistemin bağlantı taşmasıyla başlayacağız.

A.1. Transfer Fonksiyonlarının Düzenlemesi

Girişi başka bir doğrusal olmayan sistemin çıkışı olan bir doğrusal olmayan sistemin daha yüksek çıkış parçalarını tanımlayalım ve böylece, daha yüksek bileşenleri içerir. Özellikle, şekil-12'de gösterildiği gibi iki doğrusal olmayan sistemin bağlantı taşmasını hesaba katalım. f' 'yi aşağıdaki gibi farzedelim:

$$x(t) = f(u(t)) = A_1 e^{p_1 t} + A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t}. \quad (A.2)$$

Bu, h' 'nin bir ilk-sıra terimini ($A_1 e^{p_1 t}$) ve bir ikinci-sıra terimini içeren girişir

$$(A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t})$$

f' 'nin giriş u 'sunun eşitlik(A.1) tarafından verildiği yerde.

$$h(x) = \frac{d}{dt}(x^2)$$

(A.3)

Eşitlik(A.2)'yi eşitlik(A.3)'ün yerine koymakla, aşağıdakini elde ederiz:

$$\begin{aligned} h(x) &= h(f(u(t))) = \frac{d}{dt} (A_1 e^{p_1 t} + A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t})^2 \\ &= \frac{d}{dt} (A_1 e^{p_1 t} A_1 e^{p_1 t} + A_1 e^{p_1 t} A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t} \\ &\quad + A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t} A_1 e^{p_1 t} + A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t} A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t}) \\ &= A_1 A_2 (p_1 + p_2) e^{(p_1 + p_1)t} + A_1 A_1 A_2 (p_1 + p_1 + p_2) \\ &\quad \cdot e^{(p_1 + p_1 + p_2)t} + A_1 A_2 A_1 (p_1 + p_2 + p_1) e^{(p_1 + p_2 + p_1)t} \\ &\quad + A_1 A_2 A_1 A_2 (p_1 + p_2 + p_1 + p_2) e^{(p_1 + p_2 + p_1 + p_2)t}. \end{aligned}$$

(A.4)

Denklem(A.4) bir parça ikinci-sıra transfer fonksiyonu ($H_2(s_1, s_2) = s_1 + s_2$) tarafından desteklenmiş bir doğrusal olmayan sistemin daha yüksek sıra çıkışlarıyla ilgili olan çoğu etkileri örneklerle açıklar. Bu etkileri aşağıdaki gibi olan n 'inci-sıra transfer fonksiyonları $n \geq 2$ için genelleştirebiliriz:

(a) Bir n 'inci-sıra transfer fonksiyonu tarafından oluşturulmuş çıkış en küçük n 'inci-sırada olacak. Böylece, eşitlik(A.4)'teki her terim en küçük ikinci sırada olacak.

(b) Bir sistemin doğrusal olmayan kısmı ile oluşturulmuş her n 'inci-sıra çıkış terimi n 'den daha az sıra ile giriş terimlerinin ürünü yapılır. Bunun sebebi iki girişin herhangi ürünün en azından biri tarafından sırayı yükselteceğidir. Böylece eşitlik(A.4)'de, ikinci-sıra terimi

$(A_1 A_1 (p_1 + p_1) e^{(p_1 + p_1)t})$ iki ilk-sıra teriminin ürününün sonucudur, ikinci-sıra transfer fonksiyonu $(H_2(p_1, p_1) = p_1 + p_1)$ tarafından çoğaltılır.

(c) n'inci-sıra çıkışın m'inci-sıra transfer fonksiyonunun katkısı aşağıdaki biçimin tüm mümkün ürünlerinin toplamını içerir

$$H_m((s_1 + \dots + s_{k_1}), \dots, (s_{k_1 + \dots + k_{m-1} + 1} + \dots + s_{k_1 + \dots + k_m})) \cdot X_{k_1}(s_1, \dots, s_{k_1}) X_{k_2}(s_{k_1 + 1} \dots s_{k_1 + k_2}) \cdot X_{k_m}(s_{k_1 + k_2 + \dots + k_{m-1}} + 1, \dots, s_{k_1 + k_2 + \dots + k_m}) \quad (A.5)$$

$k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$ ve $X_{k_1}, X_{k_2}, \dots, X_{k_m}$ 'nin girişin $k_1th, k_2th, \dots, k_mth$ 'inci-sıra terimi olduğu yerde. Denklem(A.5) bir n'inci-sıra çıkış teriminin $k_1, k_2, \dots, k_m$ sırası ile m girişinin ürünü ile elde edildiği anlamına gelir.

Eşitlik(A.4)'de, iki üçüncü-sıra terimleri $(A_1 A_1 A_2 (p_1 + p_1 + p_2) e^{(p_1 + p_1 + p_2)t})$ ve $A_1 A_2 A_1 (p_1 + p_2 + p_1) e^{(p_1 + p_2 + p_1)t}$, bir ilk-sıra terimi $A_1 e^{p_1 t}$ ve bir ikinci-sıra terimi $(A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t})$ 'nin iki mümkün ürünüdür, ikinci-sıra transfer fonksiyonu tarafından çoğaltılır. Eşitlik(A.5)'in işaretler sistemini kullanarak, iki üçüncü-sıra terimler aşağıdaki gibi belirtilebilir:

$$Y_3^1(s_1, s_2, s_3) = H_2(s_1, s_2 + s_3) X_1(s_1) X_2(s_2, s_3) \quad (A.6a)$$

$$Y_3^2(s_1, s_2, s_3) = H_2(s_1 + s_2, s_3) X_2(s_1, s_2) X_1(s_3). \quad (A.6b)$$

eşitlik(A.6)'dan olan aşağıdaki terimleri eşitlik(A.4)'den uygun terimlerle tanımlayabiliriz:

$$X_1(s_1) = A_1 e^{s_1 t} \quad (A.7a)$$

$$X_2(s_1, s_2) = A_1 A_2 e^{(s_1 + s_2)t} \quad (A.7b)$$

$$H_2(s_1, s_2) = s_1 + s_2. \quad (A.7c)$$

X(t)'de sadece bir ilk-sıra terimi $A_1 e^{p_1 t}$ ve bir ikinci-sıra terimi $A_1 A_2 e^{(p_1 + p_2)t}$ olduğundan beri, $s_1 = p_1$ olduğu zaman $X_1(s_1) = 0$ ayrı tuttuğunu ve $s_1 = p_1$ ve $s_2 = p_2$ olduğu zaman $X_2(s_1, s_2) = 0$ ayrı tuttuğunu görebiliriz. Bundan dolayı, sadece sıfır olmayan Y_3^1 ve Y_3^2 , $Y_3^1(p_1, p_2, p_3)$ ve $Y_3^2(p_1, p_2, p_3)$ 'dir, tam olarak, $(A_1 A_1 A_2 (p_1 + p_1 + p_2) e^{(p_1 + p_1 + p_2)t})$ ve $A_1 A_2 A_1 (p_1 + p_2 + p_1) e^{(p_1 + p_2 + p_1)t}$ olduğu yerde.

Genelde, tüm mümkün ürünleri eşitlik(A.2) ve eşitlik(A.3)'de tanımlanmış basit sistem için eşitlik(A.6a) ve eşitlik(A.6b)'de yaptığımız gibi belirtmek belli değildir. Sonraki bölümde bu gibi ürünleri bulmak için bir kurtarma algoritması verilecek.

A.2. Daha Yüksek Sıra Çıkış Terimlerinin Nesli (a) Rakamlar sistemi

Bir S listesi, $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ tarafından anlamlandırılmış, bir sonlu sayıdaki nesnenin sıralanmış bir koleksiyonudur. Bir S listesinin bitişik kısmı, kendi kendisinin listesi olan bir listenin S.A. segmentinin bir segmenti olarak adlandırılır. $(s_1, \dots, s_k), (s_{k+1}, \dots, s_{k+k_2}), \dots, (s_{k_1+k_2+\dots+k_{n-1}}+1, \dots, s_n)$ biçiminin bir segmenti listesi, $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ listesinin bir bölümü olarak adlandırılır. Örneğin, $S = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ olsun, sonra $(s_1), (s_1, s_2)$ ve (s_2, s_3, s_4) , S 'nin segmentidirler ve $((s_1), (s_2, s_3), (s_4))$, S 'nin bir bölümüdür. İndeksler sağa doğru artar ve her tamsayı tam olarak meydana gelir.

(b) Temel Yaklaşım

$S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ olsun. Eğer S 'nin bölümlerini eşitlik(A.5) ile karşılaştırsak, eşitlik(A.5)'in tüm mümkün biçimleri ve S 'nin tüm mümkün bölümleri arasında birebir uygunluk olduğunu not ederiz. Örneğin, eğer $S = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ ise, sonra, ürün $H_3(s_1, s_2 + s_3, s_4)X_1(s_1)X_2(s_2, s_3)X_1(s_4)$, $((s_1), (s_2, s_3), (s_4))$ 'e uygun olur. Bu, verilen bir $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ listesi, m segmentleri içeren S 'nin tüm bölümlerini bulur.

(c) Bölümleme Prosedürü

$M=1$ olduğu zaman sadece mümkün bölümlerin $((s_1, s_2, \dots, s_n))$ olduğu açıktır. $m>1$ için, bölümlemenin benzer problem serilerini çözmeyle edileceğini aşağıda göstereceğiz fakat m 'nin $m-1$ 'e azalmasıyla. Bu bölümleme prosedürü $m=1$ oluncaya kadar tekrarlamalı olmayı isteyecek.

Bir bölümdeki ilk segmentin tüm mümkün seçimlerini hesaba katalım. Belki $(s_1, s_2, \dots, s_{n-m+1})$ 'e doğru $(s_1), (s_2, s_3), \dots$, 'nin biri olabilir. Sebep,

İlk segment $S_1 = (s_1, s_2, \dots, s_i)$ 'nin bir bölüm seçimi için, kalan liste $(s_{i+1}, \dots, s_n)$ 'nin $m-1$ segmentlerini içeren bulunan tüm bölümlerinden oluşan bir azaltma problemini çözeriz. Bu azalma problemi, $m-1$ 'e eşit segmentlerin numarası ile birlikte aynı bölümleme prosedürü tarafından çözülür. Azalma problemini çözmek, $S_2, \dots, s_m$ 'nin segmentler olduğu yerde $(s_2, s_3, \dots, s_m)$ biçiminin çoğu bölümlerini elde ederiz. S_1 'i bölümlerin her birine yerleştirmekle, S_1 'e eşit olan ilk segment ile birlikte orjinal listenin bölümlerini elde ederiz.

S_1 'nin tüm mümkün seçimleri için yukarıdaki işlemi tekrarlama, tüm mümkün bölümleri elde ederiz.

(d) Açıklayıcı Örnek

Bir örnek olarak, $S = (s_1, s_2, s_3, s_4)$ ve $m=3$ olsun. Bölümleme prosedürünü eklemekle, ilk segment, S_1^3 tarafından (s_1) ya da (s_1, s_2) anlamlandırılır.

(1) $S_1^3 = (s_1)$ olsun, sonra azaltma problemini 2 (s_2, s_3, s_4) 'nin 2 segmentle birlikte tüm bulunan mümkün bölümlerinden oluşur. Aynı bölümleme prosedürünü istemekle, ilk segment S_1^2 'nin tüm mümkün seçimlerinin (s_2) ve (s_2, s_3) olduğunu buluruz.

(1.1) $S_1^2 = (s_2)$ için, azalma problemi 1, bir segment ile birlikte (s_3, s_4) 'ün bulunan bölümlerini içerir. Sonuç $((s_3, s_4))$ olduğu bellidir. S_1^2 'i $((s_3, s_4))$ 'in yerine koymakla, $((s_2), (s_3, s_4))$ elde ederiz.

(1.2) $S_1^2 = (s_2, s_3)$ için, azaltma problemi 1'in çözümü $((s_4))$ olur. S_1^2 'i onun yerine koymakla, $((s_2), (s_3, s_4))$ elde ederiz.

(s_2) ve (s_2, s_3) 'nin S_1^2 'nin tüm mümkün seçenekleri olduklarından beri, azaltma problemi 2'yi kendi çözümü gibi $((s_2), (s_3, s_4))$ ve $((s_2, s_3), (s_4))$ bölüm çiftleriyle çözdük.

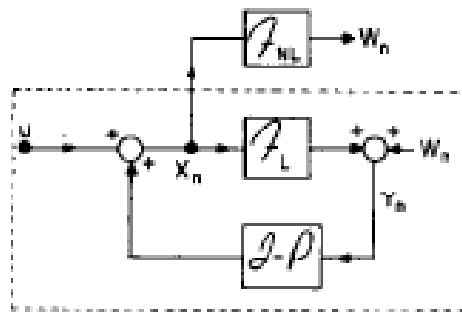
(2) S_1^3 'ü eşitlik(1.1) ve eşitlik(1.2) ile elde edilmiş her bölüme yerleştirirsek $((s_1), (s_2), (s_3, s_4))$ ve $((s_1), (s_2, s_3), (s_4))$ 'i (s_1) ilk segment ile birlikte iki mümkün bölüm olarak elde ederiz.

(3) diğer mümkün S_1^3 için (1) ve (2)'yi tekrarlamakla, azaltma problemi 2 iki segment ile birlikte (s_3, s_4) 'ün bulunan bölümleri olur. Sadece mümkün $S_1^2, (s_3)$ 'dür, böylece, tek çözüm, $((s_3), (s_4))$ olur.

Tümü birlikte, üç mümkün bölüm olarak $((s_1), (s_2), (s_3, s_4)), ((s_1), (s_2, s_3), (s_4))$ ve $((s_1, s_2, s_3), (s_4))$ elde ederiz.

A.3. Geri bildirim Sistemleri

Şekil-9(a) ve 9(b)'deki sistemi hesaba katalım. U'dan z'ye Elde edilmiş sıra transfer fonksiyonları için bir algoritma vereceğiz. P'nin sadece ideal bir filtre olduğundan beri, şekil-9(b)'deki γ 'de n'inci-sıra çıkışı $Y_n(s_1, \dots, s_n)$ bulmaya yeter. Birleştirilmiş daha yüksek sıra transfer fonksiyonları, ideal filtre tarafından geri çevrilmiş tüm terimleri saklı tutarak önemsizce elde edilebilir.



Şekil-13. bir doğrusal ve doğrusal olmayan alt sisteme ayırılan sistem

Kolaylık için, bir birim giriş genliği $u(t) = e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}$ farzetme yoluyla daha yüksek sıra çıkışları bulacağız. Böylece, n'inci-sıra çıkışı, n'inci sıra transfer fonksiyonu ile çatışacak.

Biz ilk önce $\mathfrak{S}$ 'yi doğrusal ve doğrusal olmayan parçalar olan $\mathfrak{S}_L$ ve $\mathfrak{S}_{NL}$ 'ye ayıracağız. Sistemi, W_n 'in $\mathfrak{S}_{NL}$ tarafından oluşturulmuş n'inci-sıra çıkışı olduğu şekil-13'deki gibi tekrar çizeceğiz. Bölüm A.1'in (a) ve (b) etkileriyle, W_n 'nin ikinci-sıradan n'inci-sıra transfer fonksiyonlarına ve W_n 'de efekte sahip olana n'den daha az sırayla sadece giriş terimleri tarafından oluşturulduğunu biliyoruz. Böylece, W_n bölüm A.2'deki prosedür tarafından

hesaplanabilir, eğer tüm $X_1, X_2, \dots, X_{n-1}$ bilinirlerse. Doğrusal kısım $\mathfrak{S}_L$ terimlerin sıralarını değiştiremediğinden, X_n , şekil-13'ün üzerinde durulan kutularındaki doğrusal alt sisteme uymalı. $\mathfrak{S}_{NL}$ 'nin çıkışı en küçük ikinci sıra olduğundan beri, elimizde $W_1 = 0$ var. Ayrıca, $u(t)$ 'deki tüm terimler ilk sırayı hesaba katılırlar. Bundan dolayı, X_n , U 'nun $u(t)$ 'nin frekans-domain temsili olduğu yerde aşağıdaki denkleme uymalı:

$$(A.8a) \quad X_1 = U + (\mathbb{I} - P) \mathfrak{S}_L(X_1)$$

$$(A.8b) \quad X_n = (\mathbb{I} - P)(W_n + \mathfrak{S}_L(X_n)) \quad n \geq 2$$

Bölüm A.2'deki prosedür ile, X_1 'i (A.8a)'dan ve W_n, X_n 'yi (A.8b)'den tekrarlamalı olarak çözebiliriz. W_n ve X_n 'i elde etmekle $\mathfrak{N}_n$ aşağıdaki tarafından kolaylıkla bulunur:

$$(A.9) \quad \mathfrak{N}_n = P(W_n + \mathfrak{S}_L X_n)$$

x_n için gerekli olan daha yüksek sıra transfer fonksiyonlarının $\mathfrak{N}_{2n+1}$ 'in olduğu işlemde otomatik olarak oluşturulduğunu not edelim.

Bu algoritma bir dijital bilgisayarda yerine getirilebilir, ya bir n'inci-sıra transfer fonksiyonunun değerini hesaplayan bir "sayısal" fonksiyon gibi ya da Macsyma[12] gibi bazı sembolik cebirsel yönetim sistemi yardımı ile transfer fonksiyonu için açık "sembolik" ifadeleri oluşturan bir "operatör" gibi. Her iki durumda da, transfer fonksiyonlarının tümünün oluşumu için sadece bir programın gerekli olduğuna dikkat edilmeli. Hali hazırdaki veri temsil tekniği ile birlikte algoritma, bir doğru tarzda yerine getirilebilir. Hızlıca geliştirmek için, bazı *ad hoc* teknikleri, bazı operasyonları tekrarlamaktan kurtulmak için dahil olabilirler.

A.4. Bazı Daha Yüksek Sıra Transfer Fonksiyonları İçin Açık İfadeler

Bu bölümde, bölüm-A.3 için bir örnek olarak, bu notta verildiği gibi $\mathfrak{N}_3$ ve $\mathfrak{N}_5$ için ifade tanımlayacağız. $\mathfrak{N}_5$ için bir tek-simetrik doğrusal olmayanlık farzedilir.

(1) Üçüncü-Sıra Transfer Fonksiyonları

Bölüm-A.3'deki algoritmadan, X_3 'ün herhangi bir ilk-harmonik parça içermediğinden beri, aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$(A.10a) \quad \mathfrak{N}_3 = (j\omega, j\omega, -j\omega) = W_3(j\omega, j\omega, -j\omega).$$

Bölüm-A.2'deki prosedürü ekleyerek aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$(A.10b) \quad \begin{aligned} W_3(j\omega, j\omega, -j\omega) &= H_2(2j\omega, -j\omega)X_2(j\omega, j\omega)X_1(-j\omega) + H_2(j\omega, 0)X_1(j\omega)X_2(j\omega, -j\omega) \\ &+ H_3(j\omega, j\omega, -j\omega)X_1(j\omega)X_1(-j\omega) \end{aligned}$$

Doğrusal sistemi çözmekle aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$X_2(j\omega, j\omega) = \frac{W_2(j\omega, j\omega)}{1 - H_1(2j\omega)} \quad (\text{A.10c})$$

$$X_2(j\omega, -j\omega) = \frac{W_2(j\omega, -j\omega)}{1 - H_1(0)}. \quad (\text{A.10d})$$

Bölüm-A.2'yi eklemekle,

$$W_2(j\omega, j\omega) = H_2(j\omega, j\omega)X_1(j\omega)X_1(j\omega) \quad (\text{A.10e})$$

$$W_2(j\omega, -j\omega) = H_2(j\omega, -j\omega)X_1(j\omega)X_1(-j\omega). \quad (\text{A.10f})$$

$u(t) = e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}$ farzettiğimizden ve $\mathbb{I}-\mathbb{P}$ 'nin harmonik parçaları reddettiğinden beri, $X_1(j\omega)$ ve $X_1(-j\omega)$ 'nin ikisinin de 1'e eşit olduğunu izler. Eşitlik(A.10a) ve eşitlik(A.10f)'yi birleştirmekle aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_3(j\omega, j\omega, -j\omega) &= H_2(2j\omega, -j\omega) \frac{H_2(j\omega, j\omega)}{1 - H_1(2j\omega)} \\ &\quad + H_2(j\omega, 0) \frac{H_2(j\omega, -j\omega)}{1 - H_1(0)} + H_3(j\omega, j\omega, -j\omega). \end{aligned} \quad (\text{A.10g})$$

Benzer olarak,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) &= W_3(j\omega, -j\omega, j\omega) = H_2(0, j\omega)X_2(j\omega, -j\omega)X_1(j\omega) + H_2(j\omega, 0)X_1(j\omega)X_2(-j\omega, j\omega) \\ &\quad + H_3(j\omega, -j\omega, j\omega)X_1(j\omega)X_1(-j\omega)X_1(j\omega) \end{aligned}$$

$$X_2(-j\omega, j\omega) = \frac{W_2(-j\omega, j\omega)}{1 - H_1(0)} \quad (\text{A.11b})$$

$$W_2(-j\omega, j\omega) = H_2(-j\omega, j\omega)X_1(-j\omega)X_1(j\omega) \quad (\text{A.11c})$$

Eşitlik(A.10a) ve eşitlik(A.11)'yi birleştirmekle aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_3(j\omega, -j\omega, j\omega) &= H_2(0, j\omega) \frac{H_2(j\omega, -j\omega)}{1 - H_1(0)} \\ &\quad + H_2(j\omega, 0) \frac{H_2(-j\omega, j\omega)}{1 - H_1(0)} + H_3(j\omega, -j\omega, j\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.11d})$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_3(-j\omega, j\omega, j\omega) &= H_2(0, j\omega)X_2(-j\omega, j\omega)X_1(j\omega) \\
&+ H_2(-j\omega, 2j\omega)X_1(-j\omega)X_2(j\omega, j\omega) \\
&+ H_3(-j\omega, j\omega, j\omega)X_1(-j\omega)X_1(j\omega)X_1(j\omega) \\
&= H_2(0, j\omega)\frac{H_2(j\omega, -j\omega)}{1-H_1(0)} \\
&+ H_2(-j\omega, 2j\omega)\frac{H_2(j\omega, j\omega)}{1-H_1(2j\omega)} + H_3(-j\omega, j\omega, j\omega).
\end{aligned}
\tag{A.12}$$

(2) Beşinci-Sıra Transfer Fonksiyonu

Şekil-9(b)'deki F 'nin tek simetrik olduğunu, H_0, H_2, H_4 tümünün sıfır olduğunu farzetmekle, çift-sıra terimleri olamayacak. Ayrıca dikkat edelim ki, X_5 ilk-harmonik terimleri içermez, böylece, beşinci-sıra denklemi şöyle olur:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_5(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) \\
&= W_5(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) \\
&= H_3(j(k_1+k_2+k_3)\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) \\
&\quad \cdot X_3(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega)X_1(jk_4\omega)X_1(jk_5\omega) \\
&\quad + H_3(jk_1\omega, j(k_2+k_3+k_4)\omega, jk_5\omega) \\
&\quad \cdot X_1(jk_1\omega)X_3(jk_2\omega, jk_3\omega, jk_4\omega)X_1(jk_5\omega) \\
&\quad + H_3(jk_1\omega, jk_2\omega, j(k_3+k_4+k_5)\omega) \\
&\quad \cdot X_1(jk_1\omega)X_1(jk_2\omega)X_3(jk_3\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) \\
&\quad + H_5(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) \\
&\quad \cdot X_1(jk_1\omega)X_1(jk_2\omega)X_1(jk_3\omega)X_1(jk_4\omega)X_1(jk_5\omega)
\end{aligned}
\tag{A.13}$$

$k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 = \pm 1$ ve $k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 = 1$ olduğu yerde

$$\begin{aligned}
&X_3(jl_1\omega, jl_2\omega, jl_3\omega) \\
&= \begin{cases} \frac{W_3(jl_1\omega, jl_2\omega, jl_3\omega)}{1-H_1(j(l_1+l_2+l_3)\omega)}, & l_1+l_2+l_3 \neq \pm 1 \\ 0, & l_1+l_2+l_3 = \pm 1 \end{cases}
\end{aligned}
\tag{A.14}$$

l_1, l_2, l_3 'nin k_1, k_2, k_3 ya da k_2, k_3, k_4 ya da k_3, k_4, k_5 anlamına geldiği yerde.

$$W_3(jl_1\omega, jl_2\omega, jl_3\omega) = H_3(jl_1\omega, jl_2\omega, jl_3\omega) X_1(jl_1\omega) \cdot X_1(jl_2\omega) X_1(jl_3\omega). \quad (A.15)$$

Eşitlik(A.13), eşitlik(A.14) ve eşitlik(A.15)'i birleştirmekle, eşitlik(A.13)'ün ilk 3 teriminin eşitlik(2.17a), eşitlik(2.17g), eşitlik(2.17j)'deki gibi üç ardışık $j\omega$ 'nin olduğu zaman ayrı tutulmasının gözden kaçırılmış olduğunu görürüz. Eşitlik(A.14) biçiminin bir ilave terimi bu üç durumdaki eşitlik(A.13)'ün beşinci terimlerine eklenir. Bu bize eşitlik(2.17a)-(2.17j)'yi verir.

B. Teorem-3'ün İspatı

$$\begin{aligned} & \| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \mathcal{F}(x_* + x_k^*) \|_1 \\ & \leq \| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \left[\sum_{n=2}^{\infty} H_n(x_* + x_k^*)^n + H_1 x_* + H_1 x_k^* \right] \|_1. \end{aligned} \quad (B.1)$$

x_g^* 'nin herhangi ilk-harmonik parçayı içermediğinden beri, ve x_x 'in daha düşük sıra terimleri içermediğinden beri, $1 - T_{2N+1}^{\mathcal{P}}$ tarafından yok edilecekler. Böylece eşitlik(B.1) şöyle olur:

$$\begin{aligned} & \| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \mathcal{F}(x_* + x_k^*) \|_1 \\ & \leq \left\| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \sum_{n=2}^{\infty} H_n(x_* + x_k^*)^n \right\|_1 \\ & \leq \left\| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} H_n[(x_* + x_k^*)^n - x_*^n + x_*^n] \right\} \right\|_1 \\ & \leq \left\| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \|H_n\|_{\infty} (\|x_* + x_k^*\|^n - \|x_*\|_1^n) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \mathcal{F}(x_*) \right\} \right\|_1 \\ & \leq \sum_{n=2}^{\infty} \|H_n\|_{\infty} [(\|x_*\|_1 + \beta)^n - \|x_*\|_1^n] \\ & \quad + \| (I - T_{2N+1})^{\mathcal{P}} \mathcal{F}(x_*) \|_1. \end{aligned} \quad (B.2)$$

Bu Teorem-3'ü kanıtlar.

C. Teorem2 ve 3'ün Uygulamaları

Bu ek'te ikinci-sıra tanımlama denkleminin çözümünün doğruluğunu kanıtlamak için Teorem-2 ve 3'ün uygulamasını örneklemek için van der Pol salınımını bir örnek gibi kullanacağız.

$f(v) = -(1/3)v^3$ olduğundan beri, elimizde aşağıdaki olur:

$$H_1(jk_1\omega) = 0 \quad (C.1a)$$

$$H_3(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega) = -\frac{1}{3} \frac{\epsilon}{-\epsilon + (j(k_1 + k_2 + k_3)\omega + \frac{1}{j(k_1 + k_2 + k_3)\omega})} \quad (C.1b)$$

$$H_5(jk_1\omega, jk_2\omega, jk_3\omega, jk_4\omega, jk_5\omega) = 0 \quad (C.1c)$$

k_1, k_2, k_3, k_4, k_5 'lerin tamsayı oldukları yerde.

C.1. Teorem-2'nin Uygulaması

A ve ω 'nin verilmesiyle, p ve $\|H_n\|'_\infty$ bulmaya ihtiyacımız var. $k_1, \dots, k_5$ için biraz küçük sayı seçmekle genellikle bulunurlar. Ven der Pol salınıminin bu durumunda, p=1, $\|H_1\|'_\infty = 0$ ve $\|H_5\|'_\infty = 0$ olduğu kesindir. Ayrıca, $\|H_3\|'_\infty$ en küçük mümkün $k_1 + k_2 + k_3$ 'de meydana gelmeli. Bu durumda, ikinci harmonik parça olmadığından beri, o 3'tür. Böylece,

$$\|H_3\|'_\infty = \left| \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{-\epsilon + j3\omega + \frac{1}{j3\omega}} \right| \quad (C.2)$$

Ek A'yı uygulamakla ve $H_1 = 0$ olduğuna dikkat etmekle, sadece sıfır olmayan üçüncü-sıra transfer fonksiyonunun aşağıdaki gibi olduğunu buluruz ve karmaşıktır.

$$X_3(j\omega, j\omega, j\omega)H_3(j\omega, j\omega, j\omega) \quad (C.3)$$

Böylece eşitlik(C.3) ve eşitlik(5.2)'den aşağıdaki eşitliği elde ederiz:

$$x_s = \frac{A_1}{2} e^{j\omega t} + \frac{\bar{A}_1}{2} e^{-j\omega t} + \frac{A_3}{2} e^{3j\omega t} + \frac{\bar{A}_3}{2} e^{-3j\omega t} \quad (C.4)$$

$A_1 = A$ olduğu ve aşağıdakinin olduğu yerde

$$A_3 = \frac{1}{4} H_3(j\omega, j\omega, j\omega) A^3 = -\frac{1}{12} \frac{\epsilon}{-\epsilon + j3\omega + \frac{1}{j3\omega}}.$$

Açıkça, elimizde aşağıdaki var

$$\|x_x\|_1 = |A_1| + |A_3|$$

Bulmak için son terim $\mathcal{O}(0)$ 'dır. Bu durumda, $\mathcal{O}(0)$ 4'den daha yüksek sıra ile H_3 ile oluşturulmuş terimleri içerir ve ilk-harmonik parçayı içeri alır. Dikkat edelim ki, A_3 'ün sıra 3'ündür. (C.4)'den aşağıdaki eşitliklerle verilen bu terimler ve karmaşık çekimleri görülebilir:

$$6H_3(j\omega, -j\omega, j3\omega)\left(\frac{A_1}{2}\right)\left(\frac{\bar{A}_1}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j3\omega t} \quad (C.5a)$$

$$3H_3(j\omega, j\omega, j3\omega)\left(\frac{A_1}{2}\right)\left(\frac{A_1}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j5\omega t} \quad (C.5b)$$

$$3H_3(-j\omega, j3\omega, j3\omega)\left(\frac{\bar{A}_1}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j5\omega t} \quad (C.5c)$$

$$3H_3(j\omega, j3\omega, j3\omega)\left(\frac{A_1}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j7\omega t} \quad (C.5d)$$

$$3H_3(-j3\omega, j3\omega, j3\omega)\left(\frac{\bar{A}_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j3\omega t} \quad (C.5e)$$

$$H_3(j3\omega, j3\omega, j3\omega)\left(\frac{A_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j9\omega t} \quad (C.5f)$$

Her terimin önündeki sabit katsayı, H_3 'ün tartışmalı tüm mümkün permutasyonlarından meydana gelir.

Tüm bu terimlerle, doğru bir yolla Teorem-2'nin durumlarını kontrol edebiliriz.

C.3. Teorem-3'ün Uygulamaları

İlk önce $\|H_n\|_\infty$ 'yi buluruz. Bu durumda, sadece $\|H_3\|_\infty$ sıfır olmaz ve $k_1 + k_2 + k_3 = 1$ 'de meydana gelir,

$$\|H_3\|_\infty = \left| \frac{1}{3} \frac{\epsilon}{-\epsilon + j\omega + \frac{1}{j\omega}} \right|.$$

(C.6)

Sonra $\|1 - T_{2N+1}^{PF}(x_x)\|_1$, direkt x_x 'in yerine koymakla bulunabilir. Bu durumda, $1 - T_{2N+1}^{PF}(x_x)$ 5'den daha yüksek sıra ile birlikte tüm terimleri içerir ve ilk-harmonik parçaya uyar. Aşağıdaki eşitlikle verilir ve onun karmaşık çekmesiyle.

$$6H_3(j\omega, -j3\omega, j3\omega)\left(\frac{A_1}{2}\right)\left(\frac{\bar{A}_3}{2}\right)\left(\frac{A_3}{2}\right)e^{j\omega t}$$

(C.7)

$\|x_x\|_1$ ve β , bölüm-C.2 bitirildiğinde zaten bulunduklarından beri eşitlik(5.33)'ü direk olarak kontrol edebiliriz.

Kalan işler, bu notun Bölüm-5.D'sinde tanımlanan prosedürü içerir. Bu genellikle bilgisayarın yardımıyla sayısal olarak yapılır.